

Francisco J. Calderón Barquín

Dibujo Técnico Industrial



EDITORIAL
PORRÚA

DIBUJO TECNICO INDUSTRIAL

Curso de
DIBUJO TECNICO INDUSTRIAL
por

Francisco José Calderón Barquín,
Jefe de Enseñanza en el
INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL.

TOMO I

Problemas Geométricos,
Proyecciones e Isométrico.

Cuadragésimoctava edición



EDITORIAL PORRUA,

AV. REPUBLICA ARGENTINA, 15

MÉXICO, 2006

Primera edición 1955

Copyright © 2006 by Fco. José Calderón Barquín:

Sur 71 B Col. Justo Sierra, México, D.F.

Derechos reservados conforme a la ley

Esta edición es propiedad de la EDITORIAL PORRÚA, S.A. DE C.V.-2

Argentina 15, 06020 México, D.F.

ISBN 970 - 07 - 6618 - 7

IMPRESO EN MEXICO
PRINTED IN MEXICO

INTRODUCCION.

Puede decirse, sin temor a sufrir equivocación alguna, que el dibujo es el idioma más antiguo que se conoce, ya que desde épocas muy lejanas, el hombre aprendió a expresar sus sentimientos por medio de grabados. Podemos considerar también que es el único vehículo internacional para la transmisión de ideas, pues no importa la lengua que se hable, para poder interpretar una pintura, un dibujo o un simple croquis.

Tratar de hablar del dibujo de una manera general, sería cosa imposible en un libro como éste, ya que su estudio debe hacerse desde muchos puntos de vista, pudiendo desde luego hacer dos grandes grupos de esta materia: el dibujo artístico y el dibujo industrial. El primero, sujeto a enseñanzas muy especiales, necesita ante todo de la vocación del individuo: la escuela para el artista, no es más que el medio empleado para pulir su naturaleza.

El dibujo industrial en sus distintas ramas, tales como el dibujo mecánico, el arquitectónico, etc. es accesible a todo mundo, ya que está basado en reglas de fácil asimilación y todos los trazos se ejecutan con auxilio de instrumentos de manejo muy sencillo.

El presente trabajo se inicia con la ejecución gráfica de algunos problemas geométricos, buscando con ello que el estudiante memorice una se-

rie de trazos necesarios para trabajos futuros, pero buscando fundamentalmente que ejecute la mayor gimnasia posible con sus útiles de trabajo, a efecto de lograr su habilidad en el manejo de ellos.

A continuación se pasa a hacer el estudio de las proyecciones, tanto ortográficas como caballera e isométrica, con lo que se adquieren las bases generales del dibujo industrial, para entrar enseguida a la especialización en el dibujo mecánico, mediante el estudio de órganos de máquinas presentando al final algunos trabajos tal como se ejecutan en la industria.

Se ha procurado además, emplear el lenguaje más accesible, y si muchas veces se incurre en redundancias u otros errores, se debe a que se ha preferido la mayor claridad en las explicaciones dadas a una mejor exposición gramatical.

Debe hacerse desde luego la aclaración de que, en materia de dibujo, no existe en todo el mundo, una obra tal que baste su lectura para que la persona que de capacitada para dibujar; es necesaria la lectura capítulo por capítulo, tema por tema, acompañada de la ejecución total de cada uno de los trabajos que se van indicando. En todo momento debe tenerse presente que el dibujante se hace a base de dos cosas fundamentales: paciencia y limpieza. Sin estos requisitos la persona sabrá mucho de dibujo, pero jamás sabrá dibujar.

CONOCIMIENTOS PREVIOS.

Al iniciar el estudio del dibujo industrial, conviene ante todo, hacer una pequeña exposición de las condiciones ideales para realizar nuestro trabajo:

Debemos considerar en primer término, el salón donde han de ejecutarse los trabajos: éste debe ser un lugar bien ventilado, evitando las corrientes de aire; bien iluminado, tanto natural como artificialmente, procurando hasta donde sea posible, que los rayos luminosos lleguen por el lado izquierdo del dibujante. Por último, debe procurarse que el salón sea lo suficientemente seco, evitando los pisos de materiales fríos.

Los trabajos de dibujo se ejecutarán sobre una mesa especial, llamada mesa de dibujante. o restirador, tomando este último nombre debido a que su cubierta sirve precisamente para restirar sobre ella, el papel en que se trabaja. Antiguamente se procuraba que la madera empleada en la construcción de éstos muebles fuera bastante suave, por motivos que se expondrán posteriormente, utilizándose en nuestro país, con bastante éxito, el cedro. En la actualidad, ya no es necesario este requisito y puede emplearse en su construcción cualquier tipo de madera. dándose el caso de que se empleen hasta mesas metálicas

Existe una creencia bastante errónea en lo que respecta a los restiradores: hay personas que

exigen que los cuatro lados o cantos de la cubierta sean perpendiculares entre sí. Nada más falso e innecesario: el único requisito que debe exigirse es que el canto izquierdo del restirador sea completamente recto.

Es muy conveniente que la altura de la cubierta sea apropiada para cada dibujante y que sea ligeramente inclinada hacia él. La cubierta, para tener la altura correcta, debe quedar, en su parte baja, al nivel de la cintura del dibujante y su inclinación debe ser de 10° a 15° .

Se ha dicho que sobre esta mesa debe sujetarse o restirarse el papel; esto se logra de tres maneras:

Cuando se trata de un papel bastante grande y los trabajos que hay que hacer en él son pequeños y rápidos, basta colocar unos pequeños pesos en las cuatro esquinas. En el comercio venden para estos fines, pequeñas bolsas de cuero o goma llenas de municiones.

Cuando el trabajo por ejecutar es más dilatado, conviene sujetar el papel en forma permanente; para ello hay en el comercio pequeños clavos de punta corta y bastante aguzada, con cabeza muy amplia, que se conocen con el nombre de "chinchas". Hay distintos modelos: la más corriente está construida en una sola pieza: un pequeño disco metálico cuyo centro se corta en forma de V con troquelador y se dobla hacia abajo, hasta formar con el disco un ángulo recto. Este tipo de chinche debe desecharse ya que fácilmente se rompe y como estas clavillos deben introducirse en el restirador con la sola pre-

sión del dedo pulgar, con mucha frecuencia lesiona al estudiante. Es preferible el uso de chinchas contruidas en dos partes: una punta cilíndrica remachada en el centro de un disco completo. Hay algunas chinchas que se encuentran recubiertas con celuloide; éstas, como los llamados alfileres de cobecita, sirven más para localizaciones en mapas, ya que para sujetar el dibujo no es necesario la cubierta mencionada.

Por último, en la actualidad se ha extendido bastante el uso de papel engomado en lugar de chinchas, empleándose preferentemente el que se conoce en el comercio con el nombre de "papel de celulosa o durex". El uso de este papel permite el empleo de cualquier material en la construcción de restiradores.

La manera de colocar el papel en el restirador aunque es cosa bien sencilla, debe reunir determinados requisitos:

En primer lugar debe procurarse que una de sus aristas quede bastante próxima al canto izquierdo del restirador, sin que esto quiera decir que el papel quede precisamente sobre la arista del restirador; en cambio, la orilla inferior del papel debe quedar por lo menos diez o doce centímetros arriba del canto inferior del restirador. Esto tiene por objeto, en primer lugar, evitar roturas del papel al recargarse sobre él la persona que trabaja. En segundo lugar, y desde luego más interesante, a fin de que, cuando el dibujante se vea precisado a ejecutar trazos en la parte inferior del papel, tenga la superficie suficiente para apoyar su mano, ya

que en caso contrario dichos trazos habrían que ejecutarlos con la mano en el aire y resultarían imprecisos. Por último, colocando en esta posición al papel, se logra el máximo de seguridad en el uso de la regla té.

Además de lo anterior, la sujeción del papel debe hacerse de manera que no se formen "bolsas" en él. Para lograr esto basta colocar la primer chinche o papel engomado en el ángulo izquierdo superior del papel; en seguida se hace presión con la mano abierta y se desliza desde ese lugar hasta el ángulo inferior derecho del papel, colocando en este punto la segunda chinche; de esta manera se ha obtenido una diagonal bastante tensa. Después se coloca la mano en el centro del papel y se desliza, haciendo presión, hasta el ángulo inferior izquierdo, donde se coloca la tercer chinche. Para lograr el cuarto punto de sujeción basta deslizar la mano del centro del papel al ángulo derecho superior.

Para los trabajos de tipo enseñanza "que se ejecutan en los cursos de dibujo en nuestras escuelas, bastan papeles que quedan convenientemente sujetos con sólo cuatro puntos; sin embargo en la práctica habrá ocasiones en que, siendo mayores las dimensiones del papel, se tendrá necesidad de colocar más puntos de sujeción; éstos se obtienen presionando siempre con la mano, del centro del papel al lugar de la orilla donde se desee colocar la chinche o papel engomado.

El papel que se emplea en trabajos de dibujo, independientemente de las marcas comerciales, puede ser de tres tipos, según su constitución:

El primero de ellos, llamado "borrador," sirve para hacer sobre él, dibujos a lápiz, con toda clase de trazos auxiliares y sobre el que se pueden hacer las modificaciones y enmiendas que se desee. Generalmente este tipo de papel presenta dos aspectos diferentes en sus caras: una de ellas es perfectamente lisa y brillante, llamándosele cara "satinada"; el reverso es un poco áspero y mate, es decir, sin brillo. Es de recomendarse el uso de este papel — precisamente por el lado opaco, en primer lugar, porque el lado satinado refleja mucho la luz, principalmente cuando es artificial, produciendo un cansancio físico prematuro y lesionando con el tiempo, la vista del dibujante. En segundo lugar, cualquier error que se cometa y que obligue el uso del borrador o goma, quitaría el brillo del papel en la parte borrada, haciendo resaltar el error, cosa que no sucede trabajando por la cara mate.

El segundo tipo de papel, que es de más categoría, sirve para hacer trabajos entintados y prácticamente presenta la misma consistencia en sus dos caras. Debe ser lo suficientemente fuerte para resistir las borraduras y no debe permitir que la tinta se extienda o "corra". En la actualidad, el uso de este papel va perdiendo popularidad, para dejar el campo al tercer tipo de papel, que es el "transparente" o de "calca". Esta clase de papel tiene como enorme ventaja sobre el anterior, el permitir la reproducción de los dibujos mediante copias "heliográficas" o de cualquier otro tipo, cosa de verdadero interés para la industria.

En la práctica, usando un buen papel transpa-

rente, los dibujantes acostumbran eliminar el papel borrador, trabajando directamente sobre aquel, con trazos más o menos leves a lápiz, repasando con tinta los que son definitivos; una vez terminado el trabajo, se hace desaparecer del papel toda huella de lápiz, con sólo frotarlo ligeramente con un trapo humedecido en gasolina blanca.

Por lo demás, conviene hacer notar que el uso de tinta en el dibujo industrial tiende a desaparecer, ya que lo que con ello se busca, es tener un original indeleble a la acción del tiempo, cosa que en la actualidad se logra sacando copias fotostáticas o heliográficas, en máquinas que por su perfeccionamiento, reproducen trabajos hechos a lápiz.

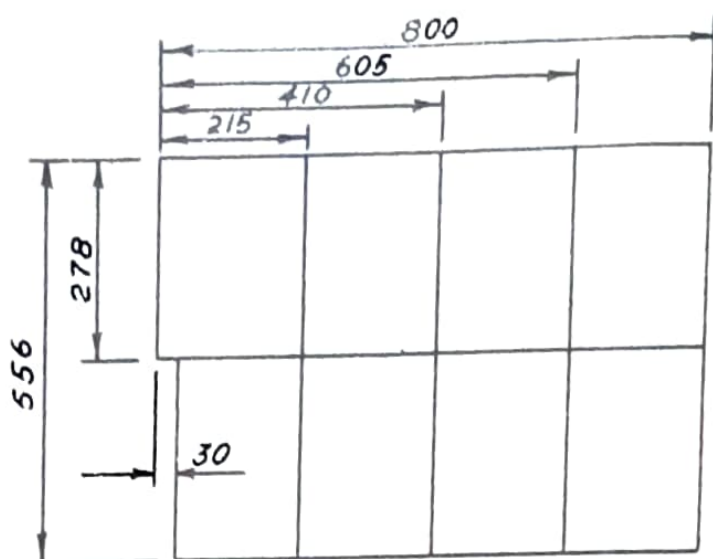
Antiguamente un dibujante quedaba en libertad de dar a su papel de trabajo las dimensiones que juzgara convenientes, de donde resultaba que las diferentes hojas que integraban un trabajo, tuvieran distintos tamaños. En la actualidad, la industria ha adelantado lo suficiente para obligar a las empresas a llevar una historia de todas sus actividades, mediante expedientes que conservan en su archivo.

Un proyecto cualquiera, generalmente consta de tres partes: una literaria, que expone las finalidades del objeto en estudio, sus características, su manejo, etc.; otra parte numérica en la que interviene toda la serie de datos que determinan el precio de venta y la última parte, que es la gráfica y que está formada por los planos necesarios para la producción del objeto. Como todos estos trabajos se deben guardar en archiveros prefabricados, ha sido necesario adoptar un determinado tamaño para las hojas

de papel en que se trabaja y se ha aceptado, por resultar más manuable, que todos los expedientes se hagan al tamaño del papel conocido con el nombre de "carta" y que en nuestro país tiene 215x278 milímetros como promedio.

Como sería sumamente difícil que todos los trabajos fueran ejecutados en estas medidas, se ha permitido a los señores dibujantes el uso de papeles de diversas dimensiones, siempre que éstas resulten múltiplos de carta. Consecuentemente, el tamaño inmediato superior será el doble carta, que debería medir 430 x 278 mm. Sin embargo, si se toma en consideración que los planos van a pasar a formar parte de un expediente que estará cosido o engrapado en su orilla izquierda, es fácil comprender que, al doblar por su mitad un papel de estas dimensiones, sus dos orillas quedarían cosidas, impidiendo que el plano pudiera ser desdoblado fácilmente para su interpretación. Por este motivo se ha convenido en dar al papel doble carta, únicamente 410 mm. de longitud, a fin de que, al doblarlo a una distancia de 215 mm., la orilla derecha del papel quede a 20 mm. de la orilla izquierda, dejando libre el campo necesario para que el expediente sea cosido.

En la siguiente figura se dan las dimensiones más frecuentemente usadas, haciendo de paso la aclaración de que, para los trabajos que han de ejecutarse en el transcurso de esta obra, es suficiente el empleo del papel doble carta.



(Acotado en mm.).

Es muy conveniente que, una vez que se ha marcado en el papel el tamaño que ha de usarse en el trabajo, se trace un pequeño margen en los cuatro lados. Esto, aparte de dar mayor belleza al trabajo, sirve para limitar el campo de dibujo, dejándole todo alrededor, una superficie que lo libre de estropear propios del uso. Para los trabajos propuestos en el presente libro, han sido escogidos márgenes de 30 mm. en el lado izquierdo del papel y de 10 mm. en los tres lados restantes.

Por último, es costumbre dibujar, en el ángulo derecho inferior, un pequeño cuadro, llamado "de referencias", que sirve para anotar en él, nombre de la institución para la que se trabaja; nombre del objeto que se dibuja, nombre del dibujante, de la persona que supervisa, y en fin, todos aquellos datos complementarios del dibujo realizado.

Es de aclarar que aún cuando las dimensiones del papel varíen, una vez elegido determinado tipo de cuadro de referencias, éste debe permanecer inalterado.

roble para todos los casos.

Como ejemplo de estos cuadros, se da a conocer el adoptado en el Instituto Politécnico Nacional, para el curso de "Dibujo Constructivo".

120			
30 30 30 30			
50	Fecha:	Dibujó:	Revisó:
10	INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL.		
10	Iniciales de la Escuela	DENOMINACION DE LA LAMINA	Acotaciones
20			Escala.
10	Grupo:		Lámina No.

(acotado en mm).

Una vez que se ha hablado de los tipos de papel usados para dibujar; que se han indicado sus distintas medidas y la forma de sujetarlo al restirador, se hace necesario analizar los distintos instrumentos que emplea el dibujante.

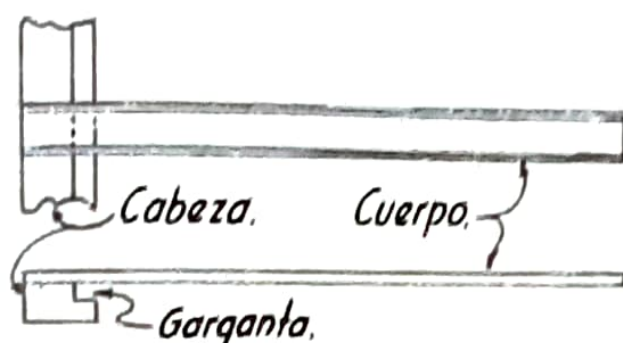
REGLA TE. - Como su nombre lo indica, es una regla que tiene la forma de una *te* mayúscula, constando de dos partes: una regla pequeña y gruesa, llamada cabeza y otra mucho más larga y delgada que es el cuerpo. Generalmente las dos reglas se encuentran rigidamente unidas entre sí y formando ángulo recto. Esta regla debe emplearse exclusivamente para trazar líneas horizontales, haciendo que su cabeza se deslice a lo largo del canto izquierdo del restirador. El dibujante que emplea esta regla para otros trazos que no sean horizontales, causa mala impresión entre personas que conocen de

dibuja, por lo que el estudiante debe acostumbrarse a no separar nunca la cabeza de su regla T del canto izquierdo de su restirador. Cuando esta regla se desea usar, es suficiente subirla hacia el canto superior del restirador y dejarla fuera del campo de dibujo.

Una regla de buena construcción debe reunir los siguientes requisitos:

- 1.- La arista superior de su cuerpo (que es la única que debe emplearse para hacer trazos), debe ser completamente recta. Para comprobar esta cualidad, se procede de la siguiente manera: se traza sobre un papel cualquiera, con un lápiz de punta bien afilada, una línea que vaya de extremo a extremo de la regla. En seguida se voltea ésta de manera que su cabeza quede del lado contrario y haciendo que los extremos de la misma arista coincidan con la línea ya trazada, se repite la operación. Si la regla es correcta, las dos líneas así trazadas deberán coincidir en toda su extensión.
- 2.- La cabeza y el cuerpo de la regla no deben encontrarse ensamblados, sino que el segundo estará sobrepuesto a la primera, a efecto de permitir que las escuadras puedan deslizarse libremente en todo lo largo de la regla, sin que su cabeza estorbe.
- 3.- La cabeza de la regla debe tener practicado en toda su longitud, una pequeña ranura llamada garganta, tal como queda indicado en la figura. Esta ranura tiene por objeto que la cabeza de la regla se deslice precisamente sobre la parte media del canto izquierdo del restirador, dejando libre su arista superior que, por malos usos propios del uso, puede estar mellada y uno de estos pequeños abo-

lladuras haría perder el paralelismo de las rectas trazadas con esa base.



4.-El cuerpo debe estar rigidamente unido a la cabeza para impedir cualquier cambio en su posición. Hay personas que acostumbran trabajar indistintamente con las dos aristas de la regla, cosa indebida ya que no se puede garantizar en cualquier momento el paralelismo de ellas, aparte de que el uso de la arista inferior resulta incómodo.

Erróneamente se exige que el ángulo formado por la cabeza y el cuerpo sea de 90° . Esto no es necesario ya que, estando rigidamente unidos entre sí, cualquiera que sea el ángulo que forman, todas las líneas que se tracen con ella resultarán paralelas, que es lo que se busca.

En el comercio existen reglas de cabeza doble en las cuales una parte va fija al cuerpo, igual que en una regla común, mientras que la otra parte de la cabeza es susceptible de tomar una inclinación cualquiera, fijándose en la posición en que se desee, por medio de un tornillo de mariposa. Estas reglas son bastante prácticas, sobre todo cuando hay que trazar muchas líneas a una misma inclinación, ya

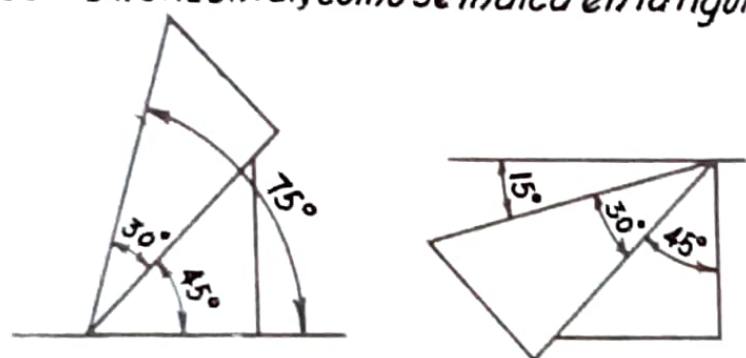
que basta poner la cabeza móvil al ángulo deseado para que la regla quede en condiciones, ya sea para trazar directamente con ella las líneas deseadas, o bien para que sirva de base a las escuadras y sea con éstas con las que se ejecute el trazo.

ESCUADRAS.— Se ha dicho que la regla te debe servir únicamente para trazar líneas horizontales; luego, para trazar una línea que guarde cualquiera otra posición en el dibujo, habrá necesidad de emplear otros instrumentos: las escuadras, que no son otra cosa — que triángulos rectángulos contruidos de madera, celuloide, xilonita o plástico. Las escuadras más — empleadas son dos: una en la que sus dos ángulos agudos son iguales y por lo mismo se conoce con el nombre de "escuadra de 45° " y otra que tiene sus ángulos agudos de 60° y 30° respectivamente, y a la que se le da el nombre de "escuadra de 60° ". Sin embargo, también se consigue en el comercio otra con ángulos de 75° y 15° aunque su uso no es común.

Al adquirir estos útiles de trabajo es necesario — comprobar si efectivamente son "escuadras" es decir, que su ángulo mayor sea de 90° . Esto se logra de la siguiente manera: se coloca sobre un papel y perfectamente bien apoyada contra el canto superior de la regla te por uno de sus catetos; por el otro y con un lápiz bien afilado, se traza una línea en toda su longitud. En seguida se voltea la escuadra, haciendo que el mismo cateto coincida con uno de los extremos de la recta dibujada y se hace un nuevo trazo. Si el ángulo de la escuadra realmente es recto, las dos líneas coincidirán en toda su longitud.

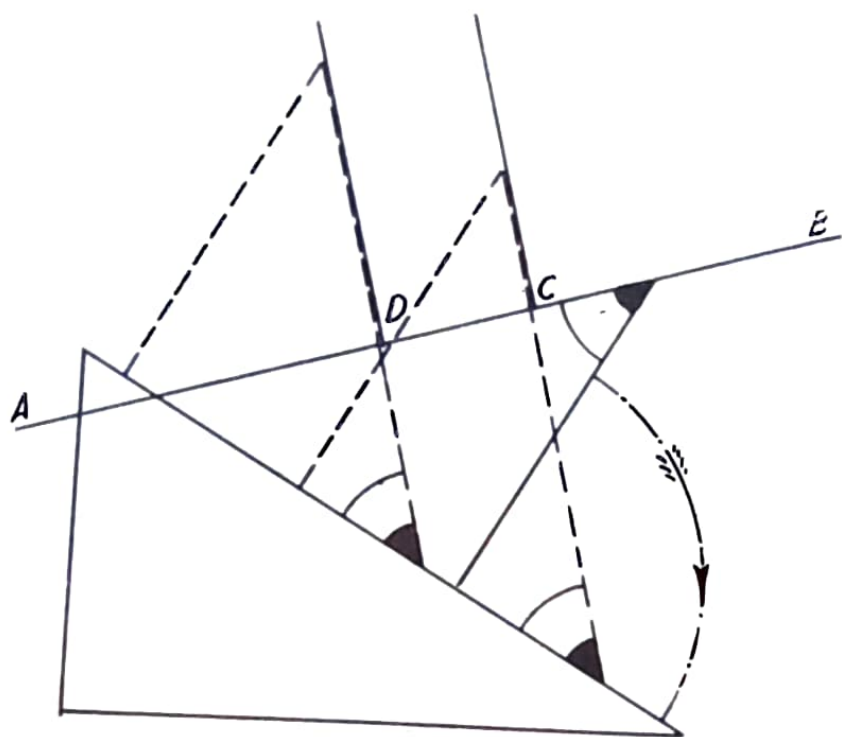
El empleo de las escuadras no se limita única —

mente al trazo de rectas verticales, sino que se emplean para trazar líneas de cualquier inclinación. Apoyándolas sobre la regla se pueden obtener directamente líneas a 30° , 45° y 60° de inclinación y mediante su combinación se logran ángulos de 75° y 15° con la horizontal, como se indica en la figura:



Con mucha frecuencia es necesario trazar una o más rectas perpendiculares a otra ya trazada. Se procede de la siguiente manera.

Supóngase que por los puntos C y D de la recta AB hay necesidad de trazar perpendiculares a ella. Tómese cualquiera de los escuadras y colóquese de manera que su hipotenusa (la arista opuesta al ángulo recto) coincida en toda su longitud con la recta AB. En estas condiciones colóquese la otra escuadra apoyada contra uno de los catetos de la primera y sujétese firmemente en esa posición. En seguida hágase girar la primer escuadra de manera que sea el otro cateto el que se apoya contra la segunda escuadra y en esta posición deslícese la primera sobre la segunda, hasta lograr que su hipotenusa quede precisamente sobre el punto C. La línea que se trace con auxilio de esa hipotenusa, será la perpendicular que pasa por C. En seguida se desliza esta mis-



ma escuadra, cuidando que la otra no sufra ningún movimiento, hasta hacer que la hipotenusa coincida con el punto Q y se traza la otra perpendicular pedida.

TRANSPORTADOR.— Cuando hay necesidad de trazar líneas a una inclinación determinada, no obtenible fácilmente con las escuadras, se emplea el transportador. No es sino una circunferencia o semicircunferencia dividida en 360 ó 180 (según el caso) partes iguales, llamadas grados. El centro de ella debe quedar perfectamente definido.

Para usarlo bastará hacer coincidir dicho centro con un punto previamente marcado sobre la recta que va a servir de base y la división de la circunferencia que corresponde a 0° con la misma recta de base. A continuación se cuentan sobre la

circunferencia los grados que ha de tener de inclinación la recta que se busca y se marca este lugar mediante un punto en el papel. La unión del punto así marcado con el que se hizo coincidir con el centro del transportador, será la recta buscada.

CURVIGRAFOS.— Los dibujos por ejecutar no siempre estarán formados por líneas rectas, sino que habrá muchas ocasiones en que se hará necesario el trazo de curvas irregulares. Hacerlo a mano, por muy buen pulso que se tenga, siempre origina trabajos defectuosos, poco precisos. En estos casos se utilizan pequeñas plantillas que contienen bastantes curvas combinadas entre sí y que se conocen en nuestro medio con el nombre de "pistolas"; en muy pocas ocasiones se logra obtener una curva buscada, mediante un sólo trazo con la pistola; por regla general es necesario construirla en pequeños fragmentos que se van enlazando entre sí hasta obtener la curva total. La mejor manera de hacerlo es colocar la pistola de manera que una de sus curvas pase por tres de los puntos señalados en el dibujo, trazando únicamente el tramo de curva que corresponde a los dos primeros puntos, dejando sin unir el tercero; a continuación se busca en la pistola otra curva que pase por el extremo del segmento trazado, por el punto que se dejó sin unir y algunos otros, dibujando la curva únicamente hasta el penúltimo punto y así sucesivamente.

Actualmente se está generalizando el uso de reglas flexibles para el trazado de curvas: consisten en una pequeña cinta metálica, de acero generalmente, que tiene por uno de sus lados una serie de anillos, metálicos unas veces y de hule otras, por las que pa-

sa, perfectamente ajustada, una varilla de un metal bastante flexible (alguna aleación de plomo). Con los dedos se va doblando esta varilla hasta hacer que la cinta coincida con los puntos por donde ha de pasar la curva. El empleo de este curvígrafo tiene como ventaja, ya que de un sólo trazo se pueden ejecutar las líneas deseadas; como desventaja, que las pequeñas curvas no se pueden trazar con él.

PAUTOGRAFO.— Cuando ha de trazarse un letrero cualquiera en un dibujo, a fin de que la letra resulte lo más uniforme posible, se acostumbra trazar un renglonado, con línea muy fina. Existen en el comercio aparatos para hacer este rayado con varias proporciones y tamaños, siendo el más popular de ellos el pautógrafo de Ames. Consta de una pieza fija (A en la

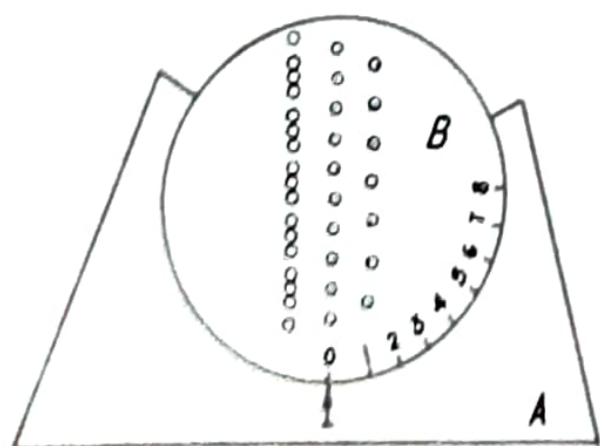
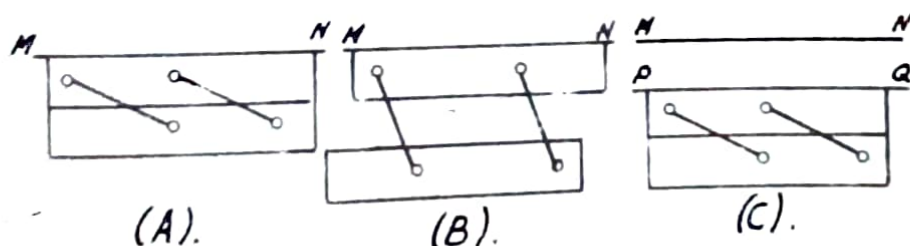


figura) sobre la que va montado un disco (B) susceptible de girar sobre su propio eje. En este disco vienen practicadas diferentes series de agujeros de acuerdo con las distintas propor-

ciones que han de tener las letras. Para variar el tamaño de éstas basta hacer girar el disco hasta que el número que se desea utilizar coincida con el pequeño índice marcado en la pieza A. Entonces por los distintos agujeros que integran una misma serie, se va introduciendo el lápiz con la punta bien afilada y se desliza todo el aparato a lo largo de la regla te a

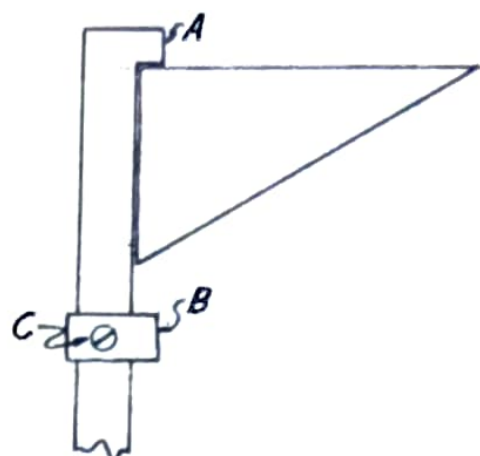
escuadra. Cuando se traza letra inclinada, pueden emplearse los lados de la pieza A, para hacer un rayado previo que tienda a uniformizar la inclinación de ella. Este rayado no debe ser equidistante entre sí, ni de manera que entre dos líneas consecutivas quede encerrada una letra, porque se vicia el dibujante. Debe ser únicamente una guía para la inclinación de la letra y de ninguna manera debe servir para limitar sus dimensiones.

PARALELOGRAFOS.— Cuando ha de trazarse una serie de líneas paralelas y equidistantes entre sí, se usa con bastante éxito el paralelógrafo. Uno de ellos consiste en dos regletas unidas entre sí por dos tiras metálicas, tal como se ve en A de la figura. Para usarlo basta colocar en una de las regletas un tope que impida a las tiras metálicas, abrirse más allá de la distancia deseada. Se traza la primera línea MN con las dos regletas cerradas entre sí (como se ve en A)



En seguida se separa la regleta inferior, tanto como lo permitan las tiras de sujeción (B en la figura); se asciende la regleta superior hasta que quede nuevamente unida a la inferior y se traza la segunda línea PQ, como se indica en C, repitiendo la operación tantas veces como líneas paralelas se deseen obtener.

Otro tipo de paralelógrafo es el siguiente: Una regleta con un tope (A) en uno de sus extremos y un aditamento móvil (B) que corre a lo largo de ella. Se coloca una escuadra cualquiera con uno de sus catetos, por



lo general el menor, apoyado contra la regleta y el otro contra el tope fijo A. En seguida se hace correr el tope móvil hasta que quede separado del ángulo inferior de la escuadra, una distancia igual a la que deba haber en

tre las paralelas, y se sujeta firmemente en ese lugar por medio del tornillo C.

La primera línea se trazará con el cateto horizontal de la escuadra, cuando esté en contacto con el tope A de la regleta. A continuación se desliza dicha escuadra hasta que su vértice inferior toque al tope B, trazando la segunda recta; se corre la regleta hasta que el tope A llegue a la escuadra; se mantiene firme aquella y se mueve ésta hasta que llegue a B, para trazar la tercer paralela, repitiendo la misma operación tantas veces como sea necesario.

Existen aún otros muy variados instrumentos para auxiliar al dibujante, pero siendo de aplicación bastante específica, se ha considerado que su estudio cae fuera del plan de enseñanza fijado para el presente trabajo. Tales son por ejemplo, el elipsógrafo (aparato que sirve exclusivamente para el trazo de elipses); el pantógrafo, que se emplea

de lápices más duros, esto debido a que, el constante roce de las escuadras y reglas sobre trazos ya ejecutados, extiende la plomagina cuando se usan lápices suaves, manchando los trabajos. Por lo mismo, es de recomendarse que todos los trazos de lápiz suave se hagan ya para finalizar el trabajo.

Los lápices más comunes, se encuentran clasificados en el comercio mediante números o letras y son los siguientes:

1. = B: muy suave.

2 = HB: suave.

3 = H: medio.

4 = 2H: semiduro

5 = 3H en adelante: duros.

La manera de sacar punta a estos lápices, para que den buen rendimiento, es la siguiente: desbátese la madera en forma cónica por lo menos a 15 mm. de la punta, procurando que al terminar, quede libre por lo menos en 4 mm. la puntilla o "mina" del lápiz, a la cual se le da un acabado cónico con ayuda de lima o lija.

Algunos autores recomiendan el uso de puntas a bisel, sosteniendo que duran mayor tiempo afiladas. Si bien es cierto lo anterior, también lo es que las desventajas de su empleo son las siguientes: En primer lugar, para obtener dicha punta, se pierde más tiempo que para sacar una punta cónica y en segundo, que una pequesísima variación del lápiz en la mano del dibujante, modifica la huella que deja en el papel, obteniéndose una línea de distintos groesos. Es por lo mismo, más aconsejable el uso de puntas cónicas, teniendo el cuidado de afilarlas con frecuencia.

Para los trabajos a tinta, también deben tomarse en

cuenta dos tipos de trazos: los hechos a mano libre y los ejecutados con útiles; para los primeros, se emplean plumas, y para los segundos, grafios o tiralíneas.

Las plumas empleadas en dibujo varían considerablemente, según sea el trabajo que ejecuten. Así se tiene desde la llamada "pluma para caligrafía", de trazo completamente delgado, hasta plumas que dejan una huella de 10 mm de ancho o más.

En el comercio hay marcas muy variadas, habiéndose popularizado bastante en la actualidad la conocida con el nombre de "speed ball". En total, es una colección de cuatro series, con seis diferentes tamaños cada una; la más usual es la de punta redonda, siendo las restantes: punta cuadrada, punta ovalada y punta cortada.

Otra pluma muy usada es la llamada "pluma fuente del dibujante" consistente en un canuto cargado de tinta que permite la inserción, en uno de sus extremos, de una pluma seleccionada de entre 60 distintas, clasificadas en cinco series: A, O, N, T y Z; la serie O agrupa plumas de punta redonda; la N, punta cortada hacia la derecha; la Z hacia la izquierda y la T puntas cortadas a ángulo recto. La serie A contiene 12 plumas con punta en V, que se emplean con ventaja en lugar del grafio, para el trazo de líneas con regla o curvigráfico.

Por lo general, las plumas de dibujo llevan un pequeño aditamento, que se puede improvisar fácilmente con una laminilla, que sirve como almacén de tinta, a fin de no perder el tiempo en estarlo cargando frecuentemente cuando se usa.

Cuando los trazos se hacen con ayuda de útiles, se

cuenta dos tipos de trazos: los hechos a mano libre y los ejecutados con útiles; para los primeros, se emplean plumas, y para los segundos, grafios o tiralíneas.

Las plumas empleadas en dibujo varían considerablemente, según sea el trabajo que ejecuten. Así se tiene, desde la llamada "pluma para caligrafía", de trazo completamente delgado, hasta plumas que dejan una huella de 10 mm de ancho o más.

En el comercio hay marcas muy variadas, habiéndose popularizado bastante en la actualidad la conocida con el nombre de "speed ball". En total, es una colección de cuatro series, con seis diferentes tamaños cada una; la más usual es la de punta redonda, siendo las restantes: punta cuadrada, punta ovalada y punta cortada.

Otra pluma muy usada es la llamada "pluma fuente del dibujante" consistente en un canuto cargado de tinta que permite la inserción, en uno de sus extremos, de una pluma seleccionada de entre 60 distintas, clasificadas en cinco series: A, O, N, T y Z; la serie O agrupa plumas de punta redonda; la N, punta cortada hacia la derecha; la Z hacia la izquierda y la T puntas cortadas a ángulo recto. La serie A contiene 12 plumas con punta en V, que se emplean con ventaja en lugar del grafio, para el trazo de líneas con regla o curvigráfico.

Por lo general, las plumas de dibujo llevan un pequeño aditamento, que se puede improvisar fácilmente con una laminilla, que sirve como almacén de tinta, a fin de no perder el tiempo en estarla cargando frecuentemente cuando se usa.

Cuando los trazos se hacen con ayuda de útiles, se

emplean los grafios o tiralíneas. Consisten en dos láminas de metal, acero generalmente, sujetas por su parte superior a un mango de madera o plástico y terminando en punta roma en la parte inferior. Estas pequeñas láminas pueden juntarse o separarse a voluntad por medio de un tornillo, obteniéndose así el grueso de línea deseado. La tinta se deposita entre las dos láminas, con auxilio del gotero o cuchara que vienen adheridos a los tapones de los pomos de tinta. Para usar un grafio hay que tener cuidado de que sus puntas, que deben ser exactamente iguales, corran paralelas a la regla. Cuando el grafio se inclina hacia el instrumento que le sirve de guía, con mucha frecuencia la tinta corre por debajo de esa guía, hasta vaciarse totalmente el grafio, con lo que el dibujo se mancha; cuando se inclina en sentido contrario, se obtiene una línea de distintos gruesos, según la resistencia que oponga el papel a recibir la tinta.

Los tiralíneas deben limpiarse perfectamente al dejar de usarlos, pues si se deja secar la tinta en ellos, se oxidan con el tiempo y pierden sus cualidades.

En la actualidad, el único tipo de tinta que se emplea en el dibujo industrial es la llamada "tinta china". Para trabajos que van a ser reproducidos mediante procedimientos fotográficos, heliográficos o similares, debe emplearse exclusivamente tinta negra, debido a que su consistencia impide más el paso de los rayos luminosos a través de los trazos que con ella se ejecutan, resultando las copias más claras.

GOMAS Y BORRADORES. - Es inevitable que el dibujante se abstenga de borrar determinados trazos ya sea por haber sufrido equivocaciones, o bien

porque se trate de líneas auxiliares que deban desaparecer del trabajo final; por esto se hace necesario que el estudiante se acostumbre al empleo de los distintos medios para borrar.

Ya se indicó con anterioridad, que para eliminar los trazos de lápiz en un papel culca o transparente, basta frotarlo con un lienzo humedecido con gasolina.

Cuando se trabaja en otro tipo de papel, o cuando hay que hacer borrados parciales, debe hacerse uso de una goma suave, que no maltrate su superficie. Para borrar tinta se emplean gomas que tienen una mezcla de polvo de esmeril. En la actualidad, es muy frecuente el uso de líquidos que hacen desaparecer la tinta sin maltratar el papel; sin embargo, después de haber usado ese líquido, es necesario repasar el lugar borrado con una goma suave para terminar la limpieza.

En algunas ocasiones, para hacer desaparecer pequeños trazos o tinta, en papel resistente, se aconseja raspar la parte por borrar con una pequeña hoja de rasurar; a fin de obtener una punta con bastante filo, generalmente se parte por la mitad la hoja, procurando que el corte resulte oblicuo al filo.

En la actualidad se viene empleando una escobilla formada con filamentos de vidrio para raspar la parte por borrar; su empleo es aconsejable únicamente cuando se usan buenos papeles.

Para finalizar, hay que citar a las llamadas "gomas de miga" o "de migajón" que se utilizan para aseo general de los trabajos al ser terminados.

TIPOS DE LETRA.

Un dibujante que se precie de serlo, debe cuidar en todo momento, la belleza de su letra. Esta belleza no debe hacerse consistir, en ningún momento, en una aglomeración de trazos inútiles o adornos, sino en sencillez y precisión de sus rasgos. Debe tenerse en cuenta siempre, que la letra es la tarjeta de presentación del dibujante.

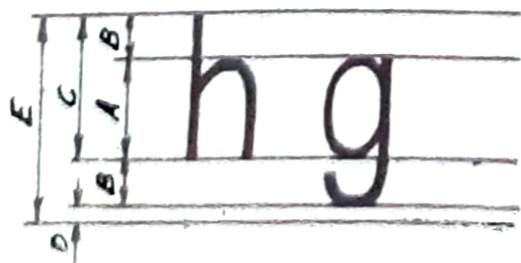
En el dibujo industrial se emplea por regla general, la letra de tipo itálico, ya sea vertical o inclinada. En algunas ocasiones para encabezados o rotulados especiales, se utiliza la llamada letra de block y muy rara vez, en el dibujo moderno, suele emplearse la de tipo romano, debido a que la era que se vive en la actualidad, obliga a todos los humanos a sujetar sus actos a un factor indispensable: la rapidez. En consecuencia, el dibujante debe acostumbrarse a ejecutar buena letra, pero a mano libre, recomendándosele únicamente, la práctica con el tipo itálico, ya sea vertical o inclinado, teniendo cuidado de no cambiar de estilo, sino hasta que éste haya sido perfectamente dominado.

Aunque algunos autores consideran conveniente hacer un estudio más o menos extenso en cuanto a la separación que debe haber entre dos letras consecutivas, y proponen encerrar éstas en rayados especiales, la experiencia aconseja que es preferible dejar que el principiante agrupe sus letras libremente, sujetas sólo a lo que su vista le recomiende

para lograr la estética necesaria. En consecuencia, únicamente debe trazarse un renglonado auxiliar que limite el tamaño de la letra, y si acaso, una serie de líneas verticales o inclinadas, según el tipo elegido, que sirvan como guías para mantener el paralelismo de los rasgos, pero que en ningún momento deben trazarse equidistantes, a efecto de que el estudiante no se vicia encerrando las letras entre dos líneas consecutivas.

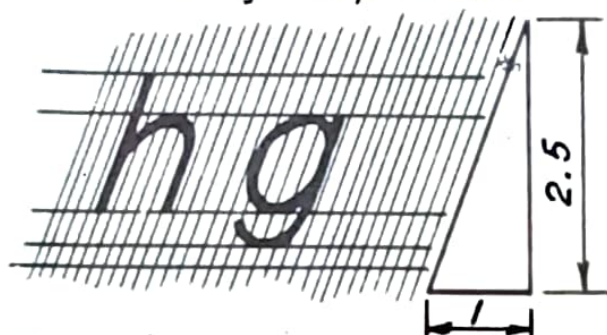
El tamaño de la letra puede ser variado libremente según el gusto del ejecutante; sin embargo, como un ejercicio de disciplina se ha propuesto, y se acepta en muchas partes, determinada proporcionalidad en sus rasgos.

A continuación se da a conocer una pequeña tabla que proporciona las distancias que deben existir entre las distintas líneas que intervienen en el renglonado; con la letra A se ha señalado el cuerpo de las letras minúsculas; con B se representa la altura de los rasgos superiores e inferiores de las mismas letras; $C = A + B$ es la altura que debe darse a las letras mayúsculas. La letra D indica la separación que debe existir entre dos renglones consecutivos y para finalizar, E es la altura total del pautado. Valor que resulta de gran interés conocer, cuando debe calcularse el espacio necesario para los letreros.



A	B	C	D	E
14	6	20	2	28
10	4	14	2	20
7	3	10	1	14
5	2	7	1	10
3.5	1.5	5	0.5	7
2.5	1	3.5	0.5	5
1.8	0.7	2.5	0.3	3.5

Cuando se elige el tipo itálico inclinado, es conveniente que las guías de que se hablaba con anterioridad, se tracen paralelas a la hipotenusa - de un triángulo que tenga en su cateto horizontal una unidad de longitud, contra 2.5 unidades en el cateto vertical. De esta manera se obtiene una letra de mayor belleza que si se utilizan líneas auxiliares a 60° como lo recomiendan algunas personas.



A continuación se dan a conocer los trazos de la letra de tipo itálico, tanto vertical como inclinada, agrupándolos según sea la menor o mayor dificultad que presentan para su ejecución.

Las pequeñas líneas con flechas que siguen el contorno de los trazos, indican el sentido en que éstos deben hacerse y los números que se han colocado sobre ellas, señalan la secuencia con que los mencionados trazos deben efectuarse; esto no quiere decir que el estudiante deba - forzosamente, seguir el orden indicado.

Se indica ese procedimiento como fruto de la experiencia adquirida al observar a muchos principiantes, pero indiscutiblemente habrá personas a los que se les facilite más seguir otro orden, y no hay ninguna razón para impedirles esta libertad.

l i t j f k z v w x r h n m y u c e a d q g o b p s

l t h e n m k v w x y a z j u c g d p r b o s

1 4 7 2 5 0 6 9 3 8

l i t j f k z v w x r h n m y u c e a d q g o b p s

l t h e n m k v w x y a z j u c g d p r b o s

1 4 7 2 5 0 6 9 3 8

La letra de block no es más que una modificación a la de tipo itálico, que consiste en dividir su altura en cinco partes iguales, a efecto de dar a la letra un grueso igual a la quinta parte de su altura. Generalmente se usan únicamente letras mayúsculas y su ejecución es dilatada, ya que los trazos deben hacerse con útiles, redondeando a mano, ligeramente, algunos de sus vértices

La letra de tipo romano, es sin duda alguna, la de ejecución más laboriosa y para que un letrero hecho con ello resulte bien, se necesita medir cuidadosamente el espacio que debe dejarse entre dos letras consecutivas, y que varía de acuerdo con la forma de éstas. Su construcción se hace con auxilio de escuadras y compás, refocándola a mano.

Aunque no se empleen en el dibujo industrial, se hace necesario que el estudiante conozca por lo menos superficialmente otros dos tipos de letra, ya que con frecuencia se emplean en la vida: la letra gótica (principalmente la conocida con el nombre de "inglés antiguo") y la letra "bastardilla". La letra gótica puede hacerse directamente a mano, usando plumas de tipo especial, o bien haciendo parte de los trazos con escuadras y el resto con pluma común y corriente.

Si se usan plumas de punto flexible, como las llamadas "de caligrafía", la letra bastardilla puede hacerse de un sólo trazo, teniendo práctica. En las páginas siguientes se dan modelos de todos estos tipos de letra, recordando al estudiante que para dominar sus trazos, lo único necesario es la práctica.

Letra gòtica

z h x m a n l s

a b d o u w l p h i l b f a u a q e

z h x m a n l s d s x o p o n
h i h e h e h e h e h e h e h e h e

Existen en el comercio unos aparatos y moldes para hacer letreros, que aunque son de fácil manejo y con algo de práctica pueden usarse con bastante rapidez, nunca pueden compararse con la velocidad de la letra hecha a mano. Los más conocidos son:

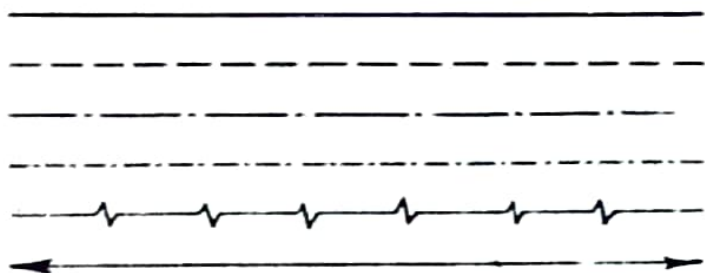
El *dígrafo* que consiste en una serie de abecedarios grabados en unas regletas que se apoyan contra una regla especial que va acanalada longitudinalmente; por esta canal corre la punta (curva y terminada en esfera), de una varilla que en su otro extremo tiene dos puntas: una curva y aguda, que corre en las letras grabadas en la regleta, y otra que termina en una pluma especial, que reproduce sobre el papel la letra que es recorrida por la punta anterior.

El *Wrico*; se diferencia del aparato anterior, en que la pluma, que también es especial, corre directamente dentro del molde de la letra, que está calada en regletas que llevan abecedarios de distintos tamaños.

En la actualidad se fabrican infinidad de reglas de plástico con el mismo sistema *Wrico*, a precios muy económicos.

DIBUJO LINEAL GEOMETRICO.

Antes de iniciar la serie de ejercicios que integran el presente capítulo, es conveniente determinar qué tipos de líneas se van a usar en los trabajos: En la figura siguiente se presentan los 6 tipos:



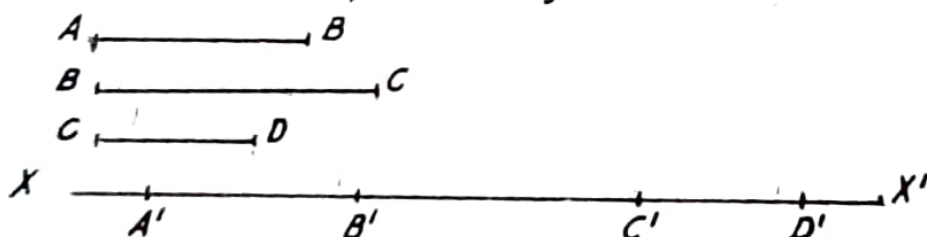
La primera de ellas, de trazo continuo y un poco más gruesa que las demás, sirve para representar trazos definitivos y resultados; la segunda, formada por una sucesión de pequeños segmentos se emplea para representar aristas ocultas. Con segmentos de recta, seguidos de puntos, se representarán los ejes de simetría. Segmentos más cortos que los anteriores seguidos también de puntos, se utilizan para trazos auxiliares o líneas de proyección; cabe aclarar que este tipo de línea es únicamente educativo, pues en la práctica tanto las líneas auxiliares como las proyectantes, se trazan a lápiz con línea continua, para eliminarlas al terminar el trabajo.

Una línea formada por segmentos de recta unidos entre sí por pequeñas líneas quebradas, se usan pa-

ra representar cortes en las figuras y por último, como se verá en su oportunidad, una línea continua, de trazo fino y pequeñas flechas en sus extremos, y que se llama "línea de acotación", sirve para indicar las dimensiones de los objetos dibujados.

En los problemas que se resuelven a continuación, encontrará el lector varios marcados con un asterisco; estos son los que, por su aplicación posterior, conviene que sean memorizados.

Problema 1.—Encontrar un segmento de recta equivalente a la suma de otros segmentos conocidos. Sean AB , BC y CD , tres segmentos dados; se traza una recta cualquiera XX' y sobre ella se marca



un punto A' ; con el compás se toma un radio AB , igual al primer segmento dado; se hace centro en A' y se marca con ese radio el punto B' sobre XX' ; a continuación se toma un radio igual a la recta dada BC , se hace centro en B' y se marca C' sobre XX' . Tomando CD como radio y haciendo centro en C' , se localiza el punto D' sobre la recta. El segmento $A'D'$ será la recta buscada.

Problema 2.—Hallar la diferencia gráfica entre dos segmentos dados. Sean AB y BC estar segmentos y XX' una recta cualquiera. Sobre ella se marca un punto A' y se lleva con el com =

pás la distancia $A'B'$ igual al segmento dado AB .
A continuación se toma un radio igual a la segun-

$B \text{ ————— } C$

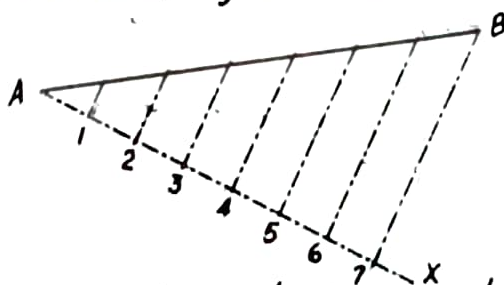
$A \text{ ————— } B$

$X \text{ — } A' \text{ — } C' \text{ — } B' \text{ — } X'$

da recta dada BC , se hace centro en B' y se lleva esta distancia sobre XX' y hacia el punto A' , determinando C' . El segmento de recta $A'C'$ será la diferencia buscada.

* **Problema 3:** Dividir una recta dada en cualquier número de partes iguales.

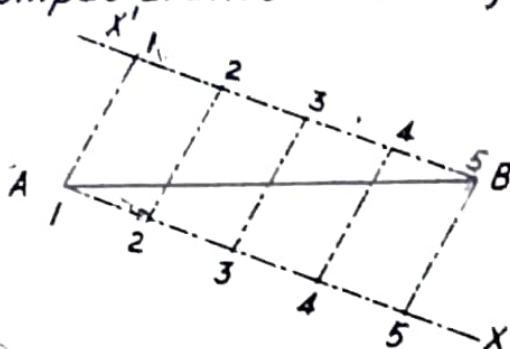
Sea AB la recta dada y 7 el número de partes iguales en que debe dividirse; por cualquiera de los extremos de la recta (A por ejemplo) trázese una recta auxiliar AX , a cualquier inclinación y con una longitud indefinida. Tómese



a continuación el compás con una abertura cualquiera, y llévase esta distancia N veces (7 en el ejemplo) sobre la recta AX y a partir de A . Unase con auxilio de una escuadra el punto N (o sea 7) con el otro extremo (B) de la recta por dividir. A continuación por cada uno de los puntos obtenidos sobre AX , se trazan paralelas a $7B$ con ayuda de las escuadras y prolongándolas has-

ta cortar a la recta AB , con lo que queda dividida como se desea.

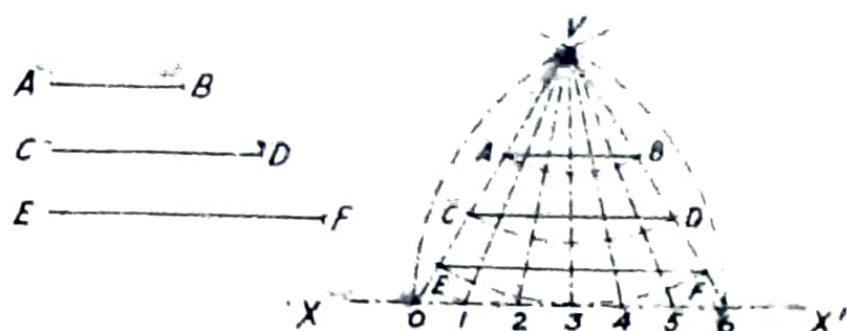
Problema 4. - Segundo procedimiento. - Por los extremos A y B de la recta dada, se trazan las líneas AX y BX' paralelas entre sí, con ayuda de las escuadras y sin interesar el ángulo que formen con AB , ni su longitud. A continuación se abre el compás arbitrariamente y ésta distan-



cia se lleva N veces sobre ambas paralelas, partiendo de los extremos A y B . En seguida, con auxilio de una escuadra, se unen puntos iguales (es decir, el punto 1 de la recta AX con el punto 1 de BX' ; el punto 2 de una, con el 2 de la otra, etc). Estas líneas al cruzar a AB , la dividen como se desea.

Problema 5. - Dividir varias rectas dadas en un mismo número de partes iguales. Sean los segmentos AB , CD y EF los que hay que dividir por ejemplo en 6 partes iguales. Lo primero que debe hacerse es llevar sobre una recta cualquiera N veces (seis en el presente caso) una misma distancia dada arbitrariamente. A continuación se apoya el compás en el punto O y se abre hasta tener un radio igual a la distancia de O a 6 (o sea N). Con este radio y con centro en O , se traza un arco de

circunferencia, de longitud indefinida, desde 5 hacia arriba de la recta XX' . En seguida se invierte el centro, es decir, se apoya el compás en el pun-

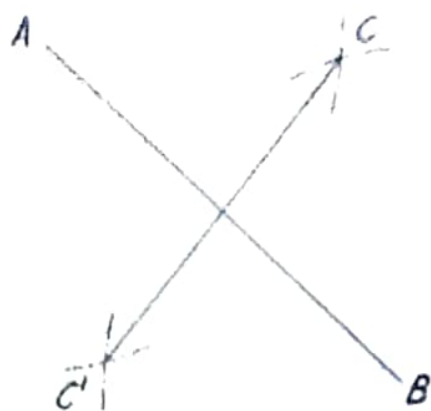


to 6 y con el mismo radio, se traza otro arco de circunferencia que partiendo de 0, se prolonga hasta cortar en el punto V al arco anterior; este punto V se une con cada uno de los puntos marcados sobre XX' . Ahora, tómesese con el compás un radio igual a la primera recta por dividir, hágase centro en V y trácese el arco que origina los puntos A sobre la recta $V-0$ y B sobre $V-6$. Al unir A con B se obtiene el primer segmento debidamente dividido. A continuación se toma un radio igual a la segunda recta por dividir; se hace centro en V y se traza el arco que produce los puntos C y D , sobre $V-0$ y $V-6$, respectivamente. Los puntos C y D , unidos entre sí, reproducen el segundo segmento ya dividido. Se sigue igual procedimiento con las rectas que faltan de dividir.

* **Problema 6.**— Dividir un segmento de recta dado, en dos partes iguales. O sea trazar una perpendicular por el punto medio de una recta dada.

Se hace centro en uno de los extremos de la recta, A por ejemplo, y con un radio sensible.

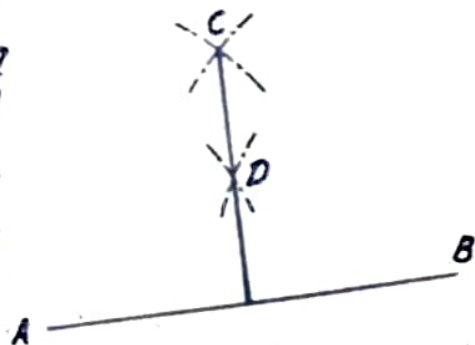
mente mayor que la mitad de AB , se trazan ar-



cos de circunferencia indefinidos, arriba y a. bajo de la recta; a con- tinuación se invierte el centro, o sea que se a. poyo el compás en el extremo B , y con el mis- mo radio, se trazan ar- cos que cortan a los -

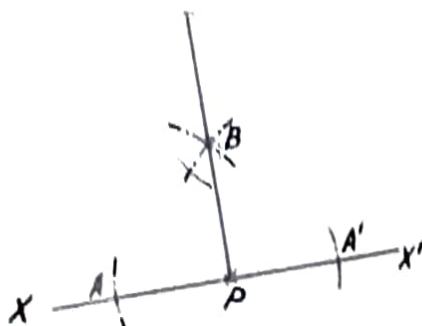
anteriores en los puntos C y C' . La recta que une estos dos puntos, además de dividir a AB en dos partes iguales, tiene la característica de serle perpendicular precisamente en su punto medio. Este es un problema que se usará constan- temente en estos estudios.

— Problema 7.- Segundo procedimiento: Cuan- do la recta AB se encuentra muy próxima a la orilla del campo de di- bujo, se procede de la siguiente manera: hágase centro en los puntos A y B y con un mismo radio, cualquiera que sea, trá- cense arcos de circunfe- rencia que se cortarán entre sí en el punto C . Ahora, redúzcase un poco la abertura del compás y con este nuevo radio, - vuélvase a hacer centro en los extremos A y B de la recta y trácese nuevamente arcos que se cor- tarán entre sí en el punto D . La recta que une C y D , prolongada hasta AB , es la perpendicular pedida.



- * **Problema 8.** - Por un punto cualquiera de una recta, trazar a ésta una perpendicular.

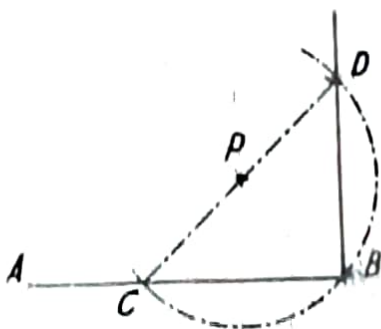
La recta es XX' y P el punto dado en ella; se hace centro en dicho punto y con un radio cualquiera, se trazan arcos a ambos lados del punto, cortando a la recta en A y A' . Se agranda un poco la abertura del compás, y con ese radio, se hace centro



en los puntos A y A' para trazar arcos de circunferencia que se cortan entre sí en el punto B , que unido con P , da la perpendicular buscada.

- * **Problema 9.** - Por el extremo de una recta dada, trazarle una perpendicular.

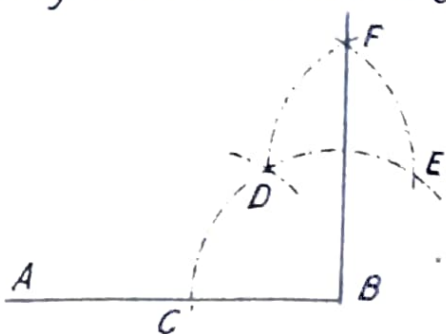
Sea B el extremo que va a emplearse; fuera de la recta y un poco cargado a B , se da un punto P . Con centro en P y PB como radio, se traza un arco de circunferencia que cortando en el punto C a la recta AB , se



prolonga indefinidamente en sentido contrario. A continuación se une el punto C con P , y se prolonga esta recta hasta cortar en D al arco de circunferencia. La unión de D con B , da la perpendicular pedida.

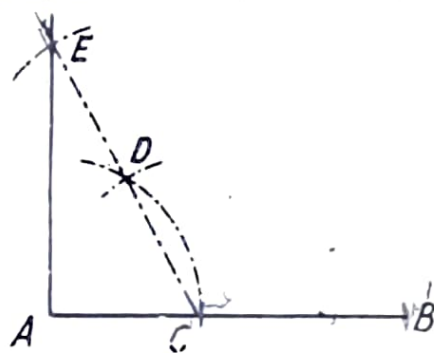
Problema 10. - Segundo procedimiento. - Hágase centro en el extremo en que se va a trazar la perpendicular, y con un radio cualquiera, des.

cribase un arco de circunferencia que cortará en C a AB y que se prolonga indefinidamente en sentido opuesto. Con el mismo radio hágase - centro en C y córtese - el arco en el punto D . Ahora apóyese el compás en D y con igual radio, - se traza un arco que corta al primero en el punto



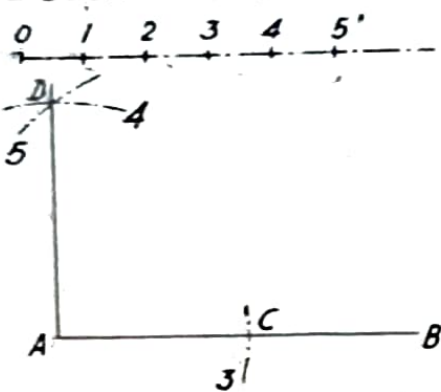
E y que se prolonga indefinidamente hacia arriba. A continuación y todavía con igual radio, se hace centro en E y se traza un arco que partiendo de D , corta al anterior en el punto F . La unión de F con B es la perpendicular deseada.

Problema 11.- Tercer procedimiento.- Como en el caso anterior, se hace centro en el extremo por donde ha de trazarse la perpendicular (sea en A) y con un radio cualquiera se traza un arco que corte en C a AB ; a continuación, con centro en C y el mismo radio, se marca sobre el arco el punto D . Se une el punto C con D , prolongando ésta recta indefinidamente. En seguida haciendo centro en D y con el mismo radio, córtese la prolongación de CD en el punto E que unido con el extremo A , - proporciona la perpendicular que se busca.



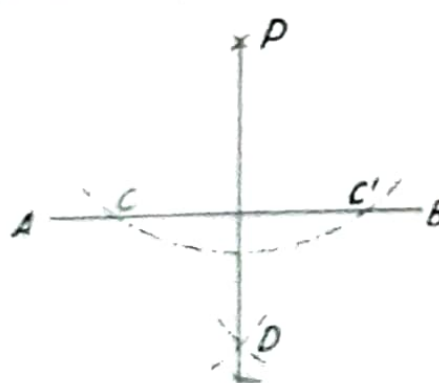
Problema 12.- Cuarto procedimiento.- Trácese una recta cualquiera y en ella llévase cinco

veces una misma distancia dada arbitrariamente. Ahora, tómesese con el compás un radio igual a tres de estas divisiones y haciendo centro en el extremo por donde se va a trazar la perpendicular, llévase esa longitud sobre la recta AB, determinando el punto C. A conti-



nuación hágase el radio igual a cuatro de las divisiones y con el mismo extremo como centro, se traza un arco indefinido arriba de la recta. Para terminar, se toman las cinco divisiones como radio y haciendo centro en C se corta al arco anterior en el punto D, que se une con el extremo de la recta para obtener la perpendicular que se desea.

* Problema 13.- Desde un punto dado fuera de una recta, llevar a ésta una perpendicular. Sea



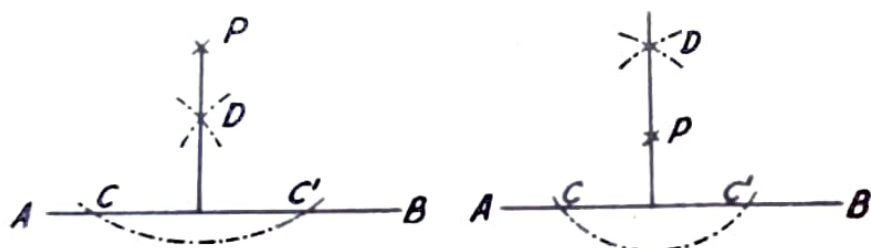
P el punto dado fuera de la recta AB. Se hace centro en él y se traza un arco de cualquier radio, con tal que corte a la recta en dos puntos C y C'.

Haciendo centro en estos puntos y con el mismo ra-

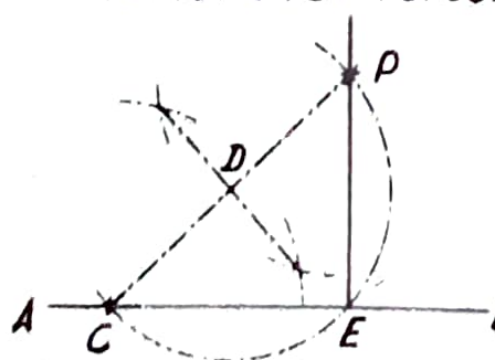
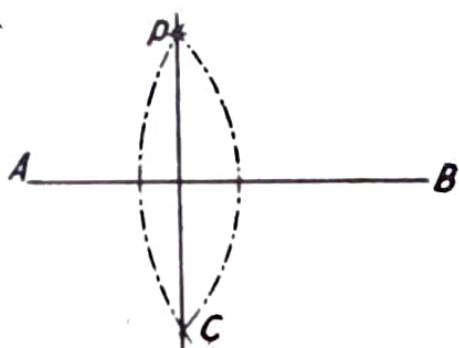
dio o con cualquiera otro, se trazan arcos que se cortan entre sí en el punto D, que al unirlo con P produce la perpendicular que se busca.

Si la recta AB se encuentra muy próxima a la orilla del campo de dibujo, los arcos que produ-

cen el punto D pueden trazarse del mismo lado en que se encuentra el punto P , sin importar que el punto D quede entre P y la recta, o que sea P el que quede entre D y la recta, como se ilustra con las figuras siguientes:



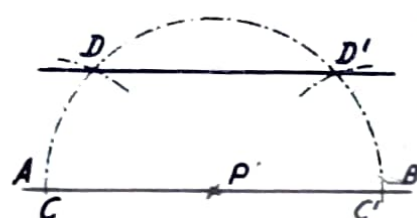
Problema 14.- Segundo procedimiento. Se hace centro en uno de los extremos de la recta, A por ejemplo; se abre el compás hasta tener como radio la distancia AP y se traza un arco de circunferencia que se prolonga más abajo de la recta. A continuación se hace centro en B , se toma como radio BP y se traza otro arco que corta al anterior en el punto C . La recta que une C con P , es la perpendicular deseada.



Problema 15.- Tercer procedimiento. Dese un punto cualquiera C sobre la recta AB y únase C con P . A continuación se divide esta recta en dos partes iguales (ver problema 6) obteniendo el punto D , que sirve de centro para trazar una semicir-

conferencia con radio $DC = DP$. Esta semicircunferencia cortará a la recta AB en el punto E que al ser unido con P , da la perpendicular buscada.

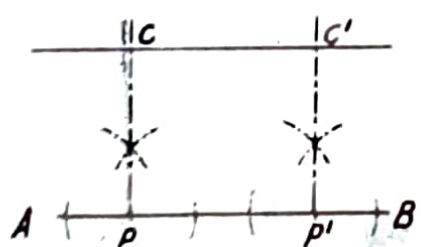
Problema 16. - Dada la recta AB , trazarle otra recta paralela a cualquier distancia. - Sobre la



recta se da un punto cualquiera que sirve de centro para trazar una semicircunferencia que cortará a la recta en los puntos C y C' . Haciendo centro en estos puntos y con un radio cualquiera se corta a

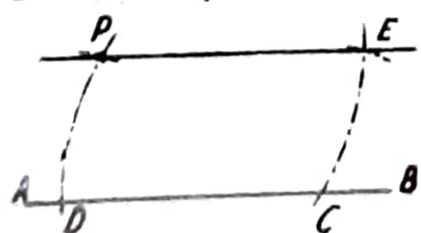
la semicircunferencia en los puntos D y D' que al unirse entre sí dan la paralela buscada.

Problema 17. - A una determinada distancia de la recta AB , trazarle una paralela. - Sobre la recta se dan dos puntos arbitrarios P y P' y



por ellos se trazan perpendiculares (problema 8) sobre las que se lleva con el compás la distancia dada, obteniendo los puntos C y C' , que al unirlos entre sí dan la paralela.

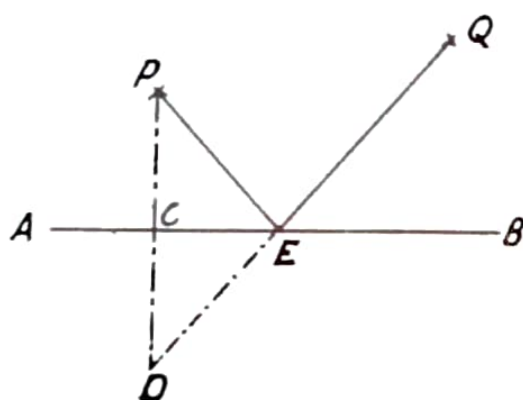
Problema 18. - Por un punto dado fuera de una recta, trazar a ésta una paralela. - Hágase



se centro en el punto P dado y con un radio cualquiera, trácese un arco de circunferencia que corta a la recta AB en el

punto C . A continuación se hace centro en el punto C y con el mismo radio se traza otro arco que pasando por P , se prolonga hasta cortar en el punto D a la recta AB . Se toma con el compás una abertura igual a la distancia DP y con ese radio se hace centro en C para marcar el punto E sobre el arco que pasa por el mismo punto C . Al unir los puntos E y P , se obtiene la paralela.

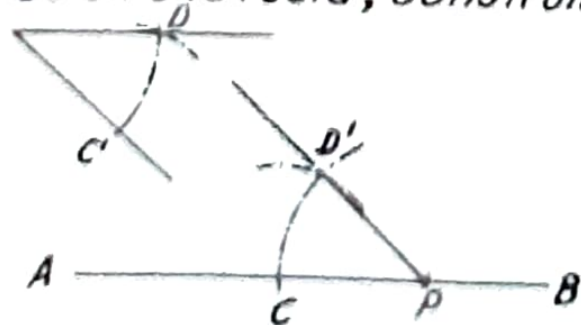
Problema 19.—Desde dos puntos dados fuera de una recta, trazar otras dos que se encuentren con la primera formando el mismo ángulo.—Sean.



AB la recta y P y Q los puntos dados fuera de ella. Por P se traza una perpendicular a la recta, originando el punto C con ella y prolongándola indefinidamente. En seguida se da sobre esta

recta el punto D , de manera que DC sea igual a PC y éste punto D , se une con Q , originando en AB el punto E , que además se une con P . Las rectas PE y PQ son las buscadas.

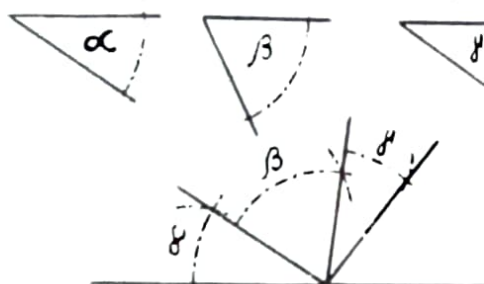
* **Problema 20.**—Por un punto cualquiera dado en una recta, construir un ángulo conocido.



Hágase centro en el punto P dado y con un radio cualquiera, trácese un arco indefinido, que cortará en C a la recta AB .

A continuación hágase centro en el vértice del ángulo dado y con el mismo radio, trácese un arco que cortará en los puntos C' y D' a los lados de dicho ángulo. Ahora, tómese con el compás una abertura igual a $C'D'$, apóyese en el punto C de la recta y con ese radio, córtese el arco originando el punto D' que unido con P forma el ángulo pedido.

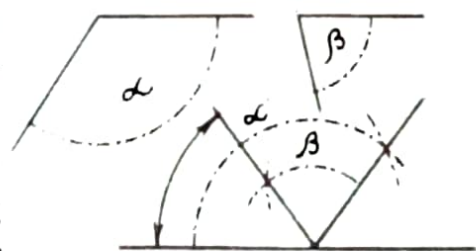
Problema 21.- Encontrar la suma de varios ángulos dados. Este problema y el siguiente son aplicaciones del anterior: se da una recta y en un



punto cualquiera de ella, se construye un ángulo igual a uno de los dados, α por ejemplo. A continuación se considera al lado AP como

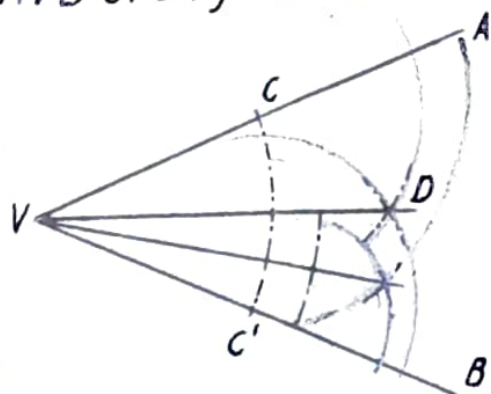
la recta dada y por su punto P se construye el segundo ángulo o sea β , y así sucesivamente.

Problema 22.- Encontrar la diferencia entre dos ángulos dados.- Como en el caso anterior, por un punto cualquiera de una recta dada, se traza un ángulo igual al mayor de ellos. A continuación se considera uno de



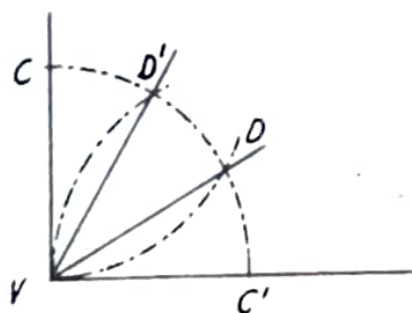
sus lados como la recta dada y el vértice como si fuera el punto, para construir el segundo ángulo, sólo que en vez de construirlo hacia afuera del primero, se dibuja hacia adentro

* **Problema 23.**-Dividir un ángulo dado, en 2, 4, 8, etc. partes iguales.-Sea AVB el ángulo dado; con centro en su vértice y un radio cualquiera se traza un arco que corta a los brazos del ángulo en los puntos C y C' . Se hace centro en estos puntos y con el mismo radio o cual-



quiera otro, se trazan arcos que se cortan entre sí en el punto D . La recta que une este punto con el vértice del ángulo se llama bisectriz y lo divide en dos partes iguales. Para dividir al ángulo en cuatro partes, basta sacar las bisectrices de los ángulos AVD y DVB y así sucesivamente.

Problema 24.-Dividir un ángulo recto en tres partes iguales. Se hace centro en el vértice del ángulo y con un radio cualquiera se cortan sus brazos en los puntos C y C' .



Apoyando el compás en estos puntos y con el mismo radio, se obtienen los puntos D y D' que al ser unidos con el vértice del ángulo, lo dividen en las 3 partes.

Problema 25.-Dividir un ángulo dado en N partes iguales.-Para dividir un ángulo en cualquier número de partes iguales, no existe ningún procedimiento gráfico exacto, por lo que es más recomendable el uso del transportador. Sin embargo

sino se tiene a la mano éste, puede emplearse el siguiente método, que da una aproximación bastante aceptable: Se hace centro en el vértice -

del ángulo y con un

radio cualquiera se

traza el arco CC' ,

trazando a conti-

nuación su cuerda,

es decir, la recta -

que une los puntos

C y C' , misma que se

divide en tres partes

iguales (problema 3)

obteniendo el punto

D , que se une con el

vértice del ángulo, prolongando esta recta hasta

cortar en E al arco CC' . Se une el punto C' con E

y a continuación, haciendo centro en E y con EC

como radio, se traza un arco que limita en F a la

prolongación de $C'E$. El segmento de recta así

formado FC' , se divide en el mismo número de -

partes iguales (problema 3) en que se desea -

dividir el ángulo dado. Una de estas divisiones

de FC' , se lleva N veces directamente sobre el

arco CC' , obteniendo los puntos que unidos con

el vértice, dividen al ángulo como se desea.

* Problema 26. - Encontrar la bisectriz de un

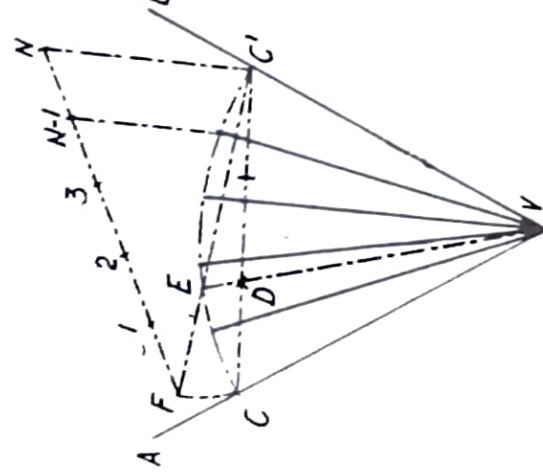
ángulo cuyo vértice no se conoce. Sean las -

rectas AB y CD las que forman los lados del án-

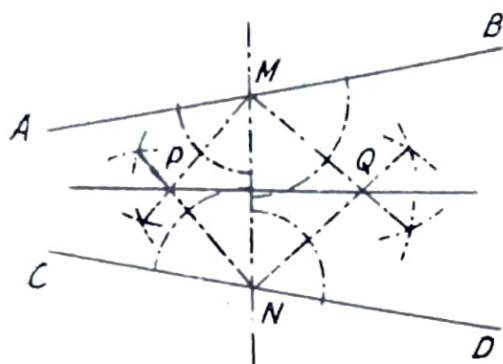
gulo. (Estas rectas se llaman concurrentes, por-

que concurren en su prolongación, a un punto

común, que es el vértice del ángulo que forman)



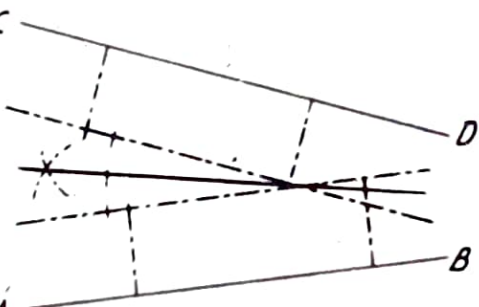
Lo primero que se hace es trazar una recta cualquiera que corte a las dos concurrentes en los puntos M y N, con lo



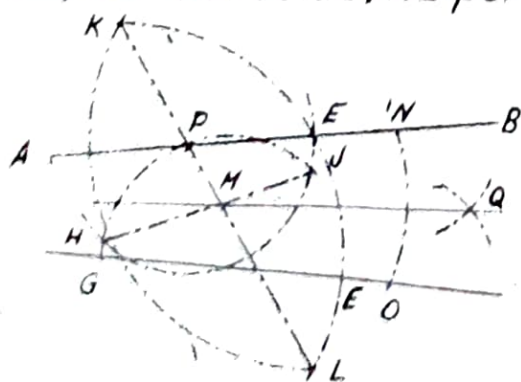
puntos M y N, con lo que se originan los 4 ángulos siguientes: $\angle AMN$; $\angle BMN$; $\angle MNC$ y $\angle MND$. A cada uno de estos ángulos se les traza por separado, su bisectriz, que se prolongan

indefinidamente. Estas bisectrices se cortarán dos a dos en los puntos P y Q, los que al ser unidos entre sí, forman la bisectriz que se pide.

Problema 27.- Segundo procedimiento. Consiste en trazar paralelas, a una misma distancia dada convenientemente, (problema 17) a fin de lograr un ángulo cuyo vértice caiga dentro del campo de dibujo, y al cual se le saca la bisectriz de acuerdo con lo explicado en el problema 23.



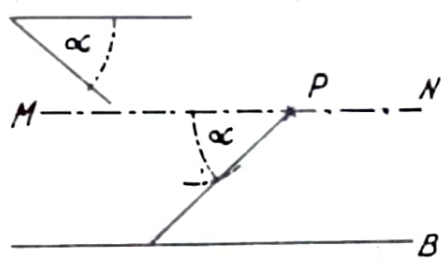
Problema 28.- Tercer procedimiento. Sobre una de las rectas, AB por ejemplo, se da un punto cualquiera P. Se ha-



ce centro en él y con un radio tal que corte a las dos rectas, se traza un arco indefinido marcando los puntos E y F. En segui-

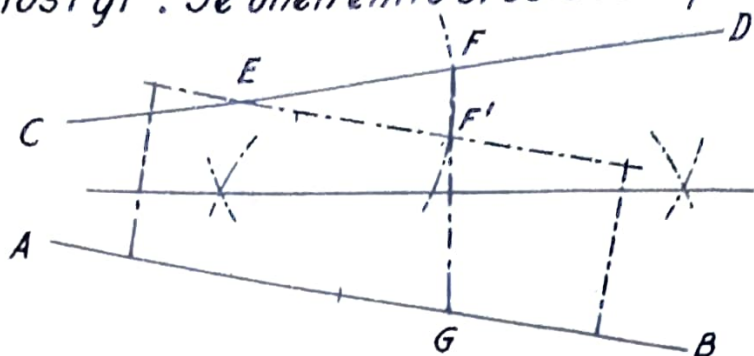
da se hace centro en E y con el mismo radio, se traza otro arco que además de pasar por P y cortar a la otra recta en el punto G , determina sobre el primer arco los puntos H y J , mismos que se unen entre sí. A continuación se hace centro en el punto G y con GF por radio, se traza un arco de circunferencia indefinido que se corta en los puntos K y L , mediante otro arco de igual radio y cuyo centro es F . Uniendo K con L , se corta a la recta EF en el punto M , donde se hace centro para trazar, con cualquier radio, el arco NO ; apoyando el compás en estos puntos, y con el mismo o cualquiera otro radio, se trazan arcos de circunferencia que se cortan entre sí en el punto Q . La recta que une Q con M , es la bisectriz buscada.

Problema 29.- Desde un punto dado fuera de una recta, hacer pasar otra que forme con la primera un ángulo conocido. Por el punto dado P y según el problema 18, se traza la recta MN , paralela a AB , con lo que el problema se reduce a construir un ángulo en un punto cualquiera de una recta (Problema 20).




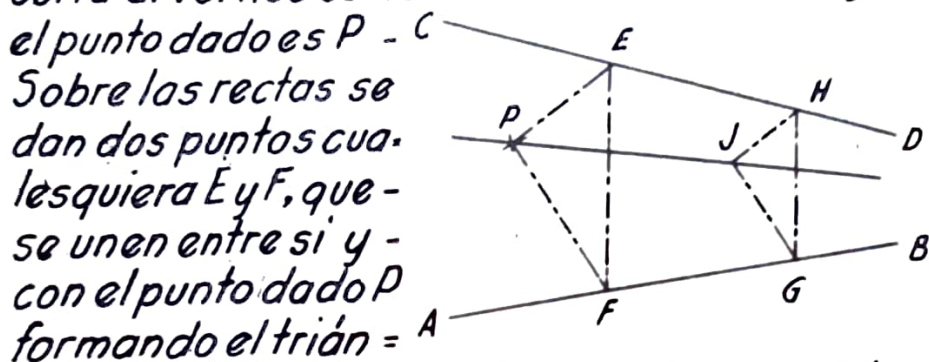
Problema 30.- Trazar la bisectriz de dos rectas concurrentes. (Cuarto procedimiento). Sean AB y CD las rectas dadas; por los procedimientos conocidos (problema 17) se traza a una de ellas, a AB por ejemplo, una paralela que corte a CD en el punto E . Con un radio cualquiera y el punto E como centro, se traza el arco que origina los =

puntos F y F' . Se unen entre sí estos dos puntos y



se prolonga la recta hasta cortar en G a CD . La perpendicular en el punto medio de FG (problema 6) es la bisectriz buscada.

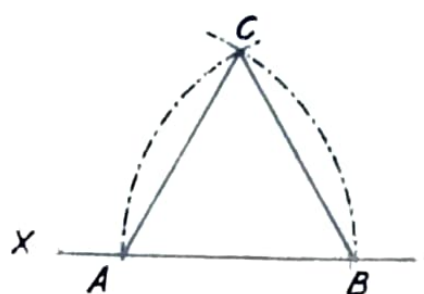
Problema 31.- Por un punto dado entre dos rectas concurrentes, hacer pasar una tercera que concurra al vértice común.- Las rectas son AB y CD ; el punto dado es P - 



gulo EFP. A continuación en cualquiera de las rectas, por ejemplo en AB, se da otro punto arbitrario G. Con ayuda de las escuadras, se traza por G una paralela a la recta EF, determinando H sobre CD; por G se traza otra paralela a EP y para finalizar, por H se dibuja, paralela a PF, otra recta que corta a la anterior en el punto J. La unión de J con P, origina la recta pedida.

Problema 32. - Construir un triángulo equilátero conociendo la dimensión de sus lados. - Sea la recta AB el valor de dichos lados; sobre una

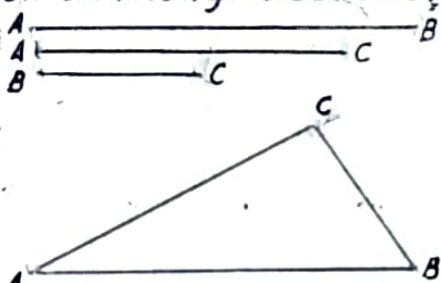
recta indefinida XX' márquese un punto A y par-



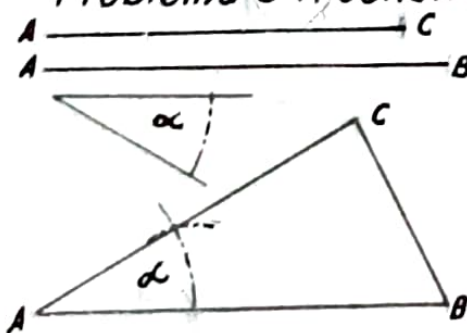
tiendo de él, llévase con el compás una longitud igual al lado dado, determinando el punto B . Hágase centro en B y con AB de radio, trácese un arco indefinido sobre la recta; hágase centro en

A y con el mismo radio, córtese al arco anterior en el punto C que unido con A y B , origina el triángulo que se busca.

Problema 33.— Construir un triángulo conociendo sus tres lados.— Las rectas AB , AC y BC son los lados dados; sobre una recta indefinida, se da una longitud igual a uno de los lados, AB por ejemplo. A continuación se hace centro en A con radio AC y se traza un arco arriba de la recta, que se corta en C mediante otro arco cuyo centro es B y de radio BC . Uniendo C con A y B , se obtiene el triángulo deseado.

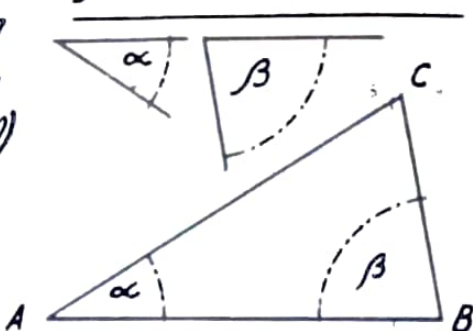


Problema 34.— Construir un triángulo conociendo dos de sus lados y el ángulo que forman.— Sobre una recta cualquiera se construye un ángulo igual al dado, por los procedimientos que se conocen, dando a sus brazos

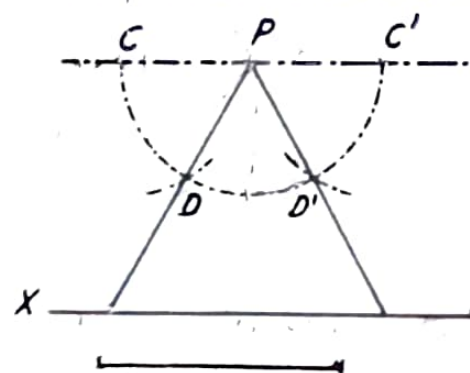


las distancias AB y AC dadas. Uniendo los extremos de ellos, se cierra el triángulo pedido.

Problema 35.— Construir un triángulo conociendo uno de sus lados y los dos ángulos adyacentes. Se traza una recta igual al lado dado AB y en sus extremos se trazan, por los procedimientos conocidos (problema 20) ángulos iguales a los dados, pero con los vértices opuestos, para lograr que sus brazos se corten entre sí en el punto C , formando el triángulo que se pide.



Problema 36.— Construir un triángulo equilátero conociendo su altura. Se da una recta XX'



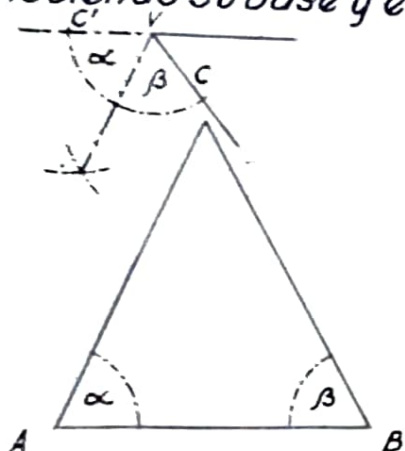
y a una distancia A , igual a la altura del triángulo, se le traza una paralela. Sobre ella se hace centro en cualquier punto P y con un radio arbitrario se traza la semicircunferencia que origina los puntos C y C' .

Haciendo centro en estos puntos y con el mismo radio, se corta a la semicircunferencia en los puntos D y D' . Las rectas que unen P con D y D' prolongadas hasta XX' , forman el triángulo.

Problema 37.— Construir un triángulo isósceles conociendo su base y su altura. Por el punto medio de la base AB , se traza una perpendicular, a la que se le da una longitud igual a la

altura del triángulo, obteniendo el punto C, que se une con los extremos A y B de la base.

Problema 38.- Construir un triángulo isósceles conociendo su base y el ángulo opuesto a ella.

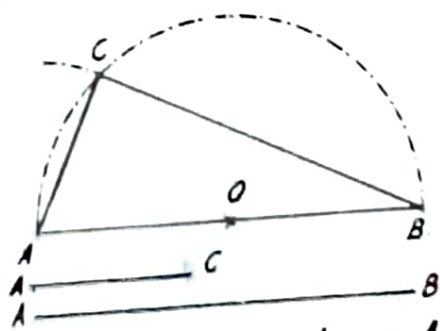


Al ángulo dado como dato, prolongúese uno de sus lados y con centro en el vértice y cualquier radio, trácese una semicircunferencia que origine el punto C sobre el lado no prolongado y el C' sobre la continuación del otro. Se traza la bisec=

triz del ángulo CVC' , formando los ángulos α y β , que se trazan en los extremos A y B de la base como se hizo en el problema 35.

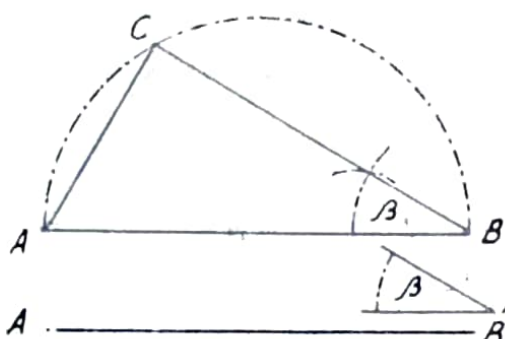
Problema 39.— Construir un triángulo rectángulo, conociendo sus dos catetos. Se traza una recta igual a uno de los catetos y por uno de sus extremos se levanta una perpendicular, a lo que se le da una longitud igual a la del otro cateto. Los extremos libres se unen entre sí.

Problema 40.- Construir un triángulo conociendo su hipotenusa y uno de sus catetos. Con el punto medio O de la hipotenusa AB como centro y $AO = OB$ de radio, se traza una semicircunferencia. Se toma un radio igual al cateto conocido, y con centro en A



se corta a la semicircunferencia en el punto C. La unión de C con A y B origina el triángulo.

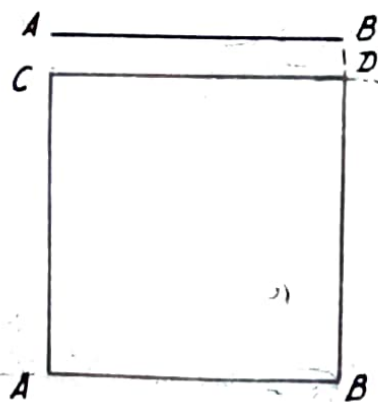
Problema 41. - Construir un triángulo rectángulo conociendo su hipotenusa y uno de sus ángulos agudos. Como en el caso anterior, se traza una semicir-



cunferencia en el punto medio de la hipotenusa y con un radio igual a la mitad de ella. En un extremo se hace centro para construir, por el método conocido, un

ángulo igual al dado, prolongando su brazo hasta cortar en C a la semicircunferencia. Uniendo C con el otro extremo de la hipotenusa, se obtiene el triángulo buscado.

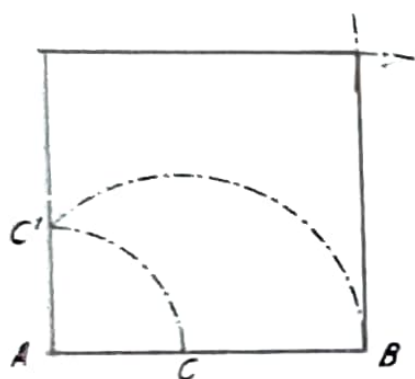
Problema 42. - Construir un cuadrado conociendo el lado. Se traza una recta con una perpendicular en uno de sus lados dando a ambas la dimensión que se tiene por dato. Se toma igual medida como radio, se hace centro en los extremos libres de las dos rectas y se trazan arcos que se cortan entre sí en el punto D, que se une con dichos extremos para cerrar el cuadrado.



Problema 43. - Construir un cuadrado conociendo la dimensión de sus diagonales. - Se traza una recta igual al dato, y por su punto medio se construye una perpendicular a la que se le da

una dimensión igual a la mitad de la diagonal a cada lado de la otra. Uniendo consecutivamente los extremos de ellas, se obtiene el cuadrado.

Problema 44. - Construir un cuadrado conociendo la diferencia entre la diagonal y el lado. Por un



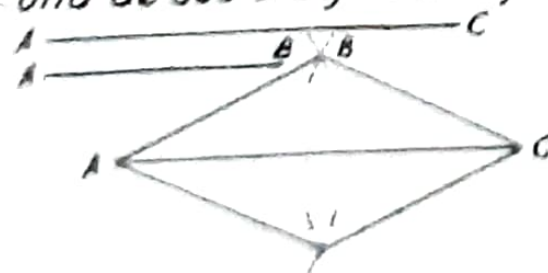
punto A de una recta indefinida, se levanta una perpendicular; con A como centro y el dato por radio, se cortan las dos rectas en los puntos C y C'. Se hace centro en C y con CC' como radio, se lleva un arco que

determina el punto B. La recta AB es el lado del cuadrado que se termina igual que en el problema 42.

Problema 45. - Construir un rectángulo conociendo las dimensiones de sus lados. Se procede igual que en el problema 42, pero teniendo cuidado de que los lados perpendiculares entre sí tengan las dimensiones dadas como datos.

Problema 46. - Construir un rombo dados sus 2 diagonales. - El procedimiento es el mismo que para el problema 43, pero cuidando que el cruce de las diagonales se haga teniendo en cuenta los datos.

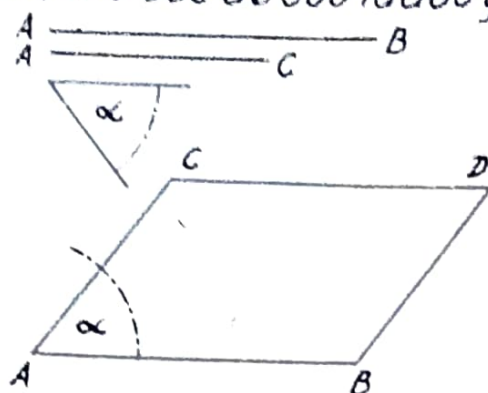
Problema 47. - Construir un rombo conociendo una de sus diagonales y un lado. - Se hace centro



en los extremos de la diagonal y con el lado como radio, se trazan arcos que al cortarse entre sí, dan -

los extremos de la otra diagonal.

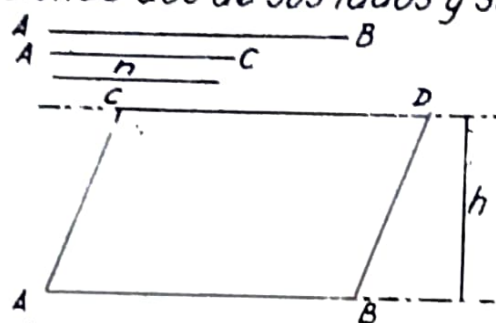
Problema 48. - Construir un paralelogramo conociendo dos de sus lados y el ángulo que forman. Se



construye el ángulo según el procedimiento conocido, dando a sus brazos las dimensiones de los datos. Con estas mismas dimensiones y centro en los extremos de los brazos del ángulo, se trazan arcos que

al cortarse forman el cuarto vértice del cuadrilátero. Debe tenerse cuidado de que vayan alternados los lados en cuanto a dimensión.

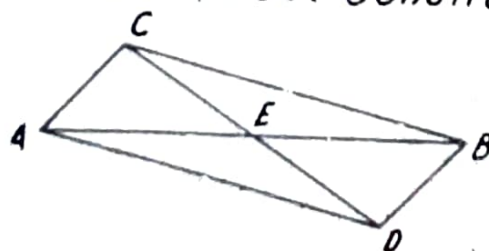
Problema 49. - Construir un paralelogramo conociendo dos de sus lados y su altura. - Trácese dos rec-



tas indefinidas, paralelas entre sí y a una distancia igual a la altura dada. A continuación, sobre una de las rectas se da la longitud de un lado, AB por

ejemplo; se toma el otro lado como radio, se hace centro en los extremos de AB , y se trazan arcos que cortan a la paralela en C y D . La unión consecutiva de estos puntos, termina el problema.

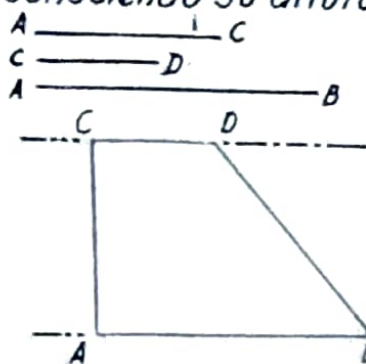
Problema 50. - Construir un paralelogramo conociendo sus dos diagonales y el ángulo que forman



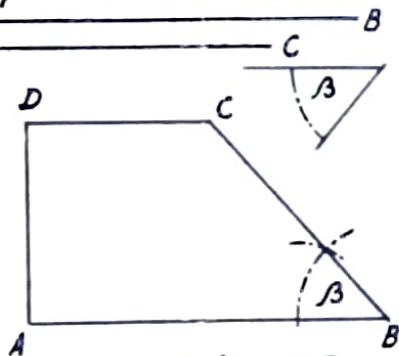
Por el punto medio E de la diagonal AB , trácese un ángulo igual al dado

prolongando su brazo y llévase sobre él la mitad de la otra diagonal en cada sentido. Unanse consecutivamente los extremos de las diagonales así trazadas.

Problema 51. - Construir un trapecio rectangular conociendo su altura y las dos bases. Se trazan 2 paralelas indefinidas a una distancia igual a la altura dada. En una de ellas se traza una de las bases, sea AB y por uno de sus extremos (A) se levanta una perpendicular que corta en C a la otra paralela. Partiendo de C y sobre esta recta, se lleva la otra base determinando D , que se une con B para cerrar el trapecio.



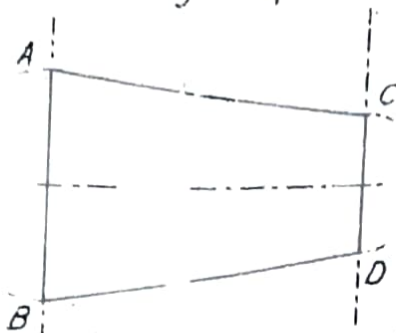
Problema 52. - Construir un trapecio rectangular conociendo su base mayor, el lado no perpendicular y el ángulo que forman. Se traza una recta igual a la base dada AB y en el extremo correspondiente se construye un ángulo β igual al dado, haciendo que su brazo tenga la longitud BC .



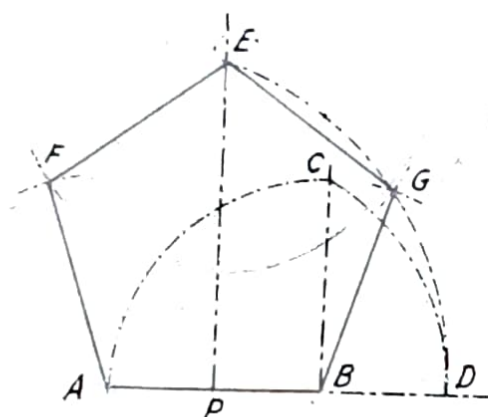
Por el punto C , se traza una paralela a AB , que se corta en D por medio de una perpendicular levantada por el punto A .

Problema 53. - Construir un trapecio isósceles conociendo su altura y sus dos bases. Trácese dos paralelas a una distancia igual a la

altura dada y una perpendicular a ellas. Se hace centro en el cruce de estas rectas, y con radios iguales a la mitad de las bases, se determinan sobre las paralelas los puntos A, B, C y D, que unidos entre sí forman el trapezio buscado.



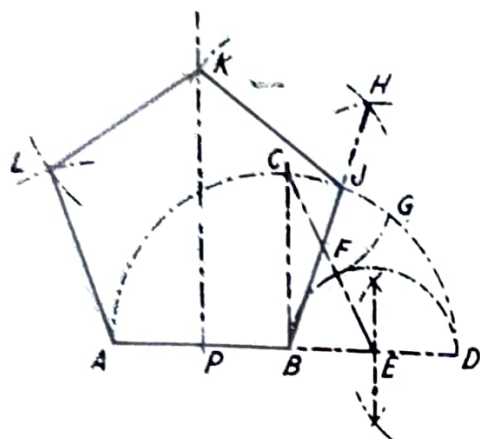
Problema 54. - Construir un pentágono regular, conociendo la dimensión de sus lados. - Se traza una recta AB, igual a esta dimensión, prolongándola en un sentido (el de B por ejemplo). Por B y por el punto medio de AB, se le trazan perpendiculares indefinidas; se hace centro en B y con AB como radio,



se determina el punto C en la perpendicular levantada por B. Con centro en P (medio de AB) y PC de radio, se marca D en la prolongación de AB. En seguida se hace centro en A, se toma AD como radio y se corta en E a la perpendicular trazada por P. Con centro en A, en B y en E y la recta AB de radio, se trazan arcos que se cortan entre sí en los puntos F y G. La unión consecutiva de los puntos A, F, E, G y B, origina el pentágono buscado.

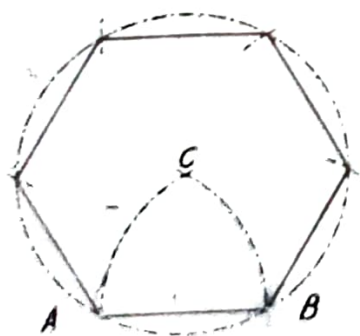
Problema 55. - Segundo procedimiento. - Como en el caso anterior levántense perpendiculares a AB en su punto medio P y en uno de sus extremos (A). Hágase centro en B y con AB como radio se traza.

una semicircunferencia que, cortando en C a la perpendicular trazada por B , determina el punto D en la prolongación de AB . Se obtiene en seguida el punto medio E del segmento BD y se une con el punto C ; con centro en E y ED como radio, se da el punto F sobre la recta CE . Se hace centro en C y con radio CF , se traza un



arco que corta en G a la semicircunferencia de centro en B . Apoyando el compás en los puntos C y G , y con un radio cualquiera se trazan arcos que se cortan entre sí en el punto H . La unión de H con B produce el punto J en la semicircunferencia de centro en E . A continuación tomando AB como radio y con centro en J , se traza un arco que corta en K a la perpendicular levantada en P . Los puntos A y K , sirven de centro para trazar, con el mismo radio AB , arcos que se cortan en L . Uniendo consecutivamente los puntos A, B, G, J, K y A , se obtiene el pentágono.

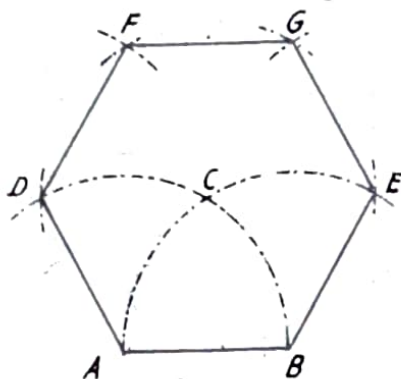
Problema 56. - Dado el lado AB , construir un exá-



gono regular. - Se hace centro en A y en B y con la misma recta como radio, se trazan arcos que se cortan entre sí en el punto, que sirve de centro para trazar una circunferencia de igual ro

dio ($AC=AB$). Si sobre esta circunferencia se lleva con el compás la longitud AB y se unen consecutivamente estos puntos, se obtiene el exágono.

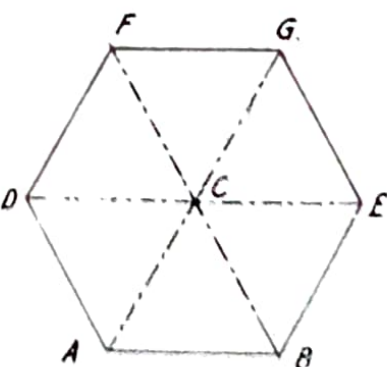
Problema 57.- Segundo procedimiento.- Se hace centro en los extremos A y B del lado dado y se trazan arcos de circunferencia de igual radio (AB), que se cortan entre sí en el punto C y se prolongan indefinidamente. Con el mismo radio y C como centro, se cor-



ta a la prolongación de los arcos anteriores, en los puntos D y E , respectivamente. Sirven estos puntos para trazar arcos indefinidos, hacia arriba de la figura, y que son cortados en los puntos F y G , por medio de otro arco de igual radio y de centro en C . Uniendo de manera consecutiva los puntos A, D, F, G, E, B y A , se cierra el polígono.

Problema 58.- Con ayuda de la regla T y la escuadra de 60° , construir un exágono regular conociendo el lado AB . Con la regla se traza una horizontal de las dimensiones dadas, y por sus extremos A y B , se trazan con la escuadra, rectas a 60° , indefinidas y hacia ambos lados.

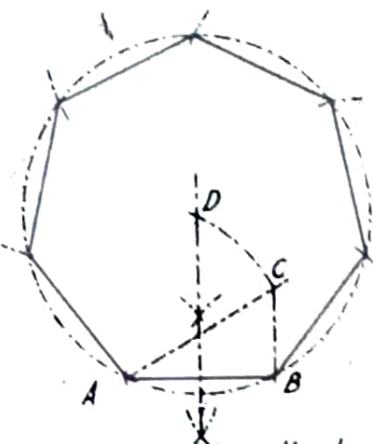
Dos de ellas se cortan entre sí en el punto C , por donde se hace pasar una horizontal (con la regla T), que se prolonga hasta cortar en D y en E a las otras dos rectas. Por estos



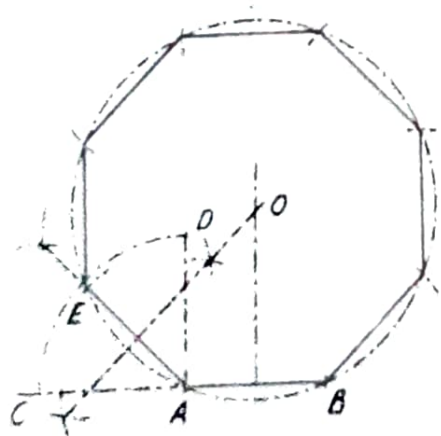
dos puntos se trazan rectas a 60° de inclinación contraria, que encuentran en los puntos F y G a las rectas que se cortaron en C. Uniendo entre sí F y G, se cierra el exágono.

Problema 59.—Construir un heptágono regular, conociendo uno de sus lados. La recta AB es el lado.

Por uno de sus extremos, A por ejemplo, se traza una recta indefinida que forme un ángulo de 30° con el lado dado; por el otro extremo es levantada una perpendicular que corte en C a la oblicua trazada. En seguida se traza una perpendicular indefinida por el punto medio de AB, sobre la cual se obtiene el punto D mediante un arco cuyo radio es la distancia AC. Si se hace centro en D y se toma DA como radio, se puede trazar una circunferencia auxiliar, en la que cabe siete veces la cuerda AB.



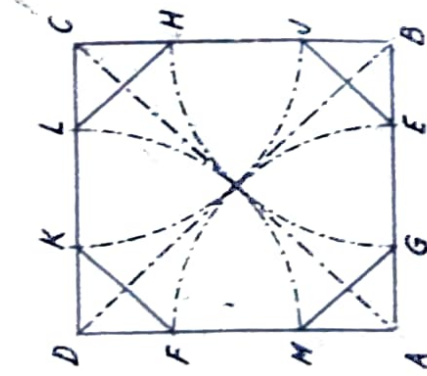
Problema 60.—Construir un octógono regular dado el lado. — Por el punto medio y por uno de los extremos del lado dado se levantan perpendiculares indefinidas, prolongando el extremo del lado en que se levantó la perpendicular, obteniendo así el ángulo recto CAD que se divide en dos.



partes iguales. Sobre esta bisectriz y partiendo del vértice del ángulo, se lleva una distancia igual al lado dado AB , determinando el punto E . A continuación se traza una perpendicular por el punto medio del segmento AE , prolongándola hasta cortar en O a la perpendicular que se levantó en el punto medio de AB . Este punto O es el centro de una circunferencia cuyo radio es OA , en la que se lleva ocho veces la cuerda AB .

Problema 61.- Construir un octógono inscrito en un cuadrado dado.- Sea $ABCD$ el cuadrado. Lo pri-

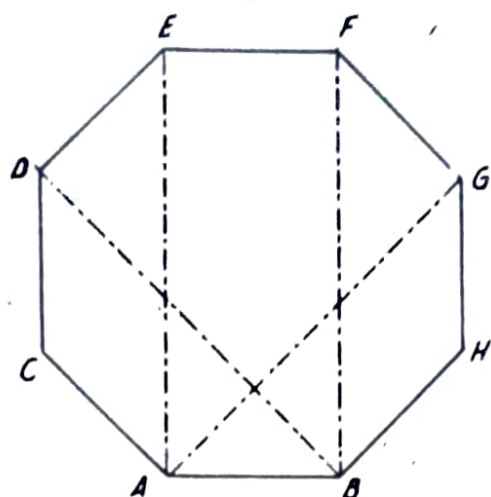
mero que se hace es trazar las diagonales AC y BD y en seguida, con centro en cada uno de los vértices del cuadrado y con un radio igual a la distancia del vértice al cruce de las diagonales, se trazan arcos de circunferencia que determinan sobre los lados del cuadra-



do, los puntos E y F ; G y H , J y K y L y M , que unidos cada uno con su inmediato, producen el polígono.

Problema 62.- Con ayuda de la regla y la escuadra de 45° , construir un octógono regular da-
do el lado.- Por los extremos A y B del lado dado, se trazan rectas inclinadas a 45° , y en ambos sentidos Partiendo de A y sobre la inclinada que va hacia la izquierda, se marca el punto C a una distancia igual a AB , y por el cual se traza una línea vertical que se prolonga

ga hasta cortar en D la recta que se trazó a 45° y hacia la izquierda, por el punto B. Por D se dibuja, tam-

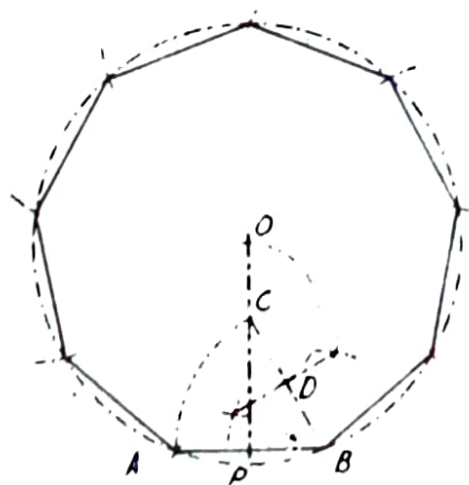


bién a 45° pero hacia la derecha, otra recta que se corta en E mediante una vertical trazada por A. En seguida se hace pasar por E una horizontal que se limita en F por medio de una vertical trazada por B. Del punto F y ha-

cia la derecha y de arriba a abajo se traza otra recta a 45° que es limitada en el punto G mediante la recta de igual inclinación que se trazó por A. De G y hacia abajo, se lleva una vertical que corta en H a la oblicua trazada por B, con lo cual queda cerrado el polígono que se pide.

Problema 63.— Construir un eneágono regular, dado el lado.— Por el punto medio del lado dado AB, se traza una perpendicular indefinida, que es cortada en C mediante un arco de radio AB que tiene a B como centro. En seguida se une C con B

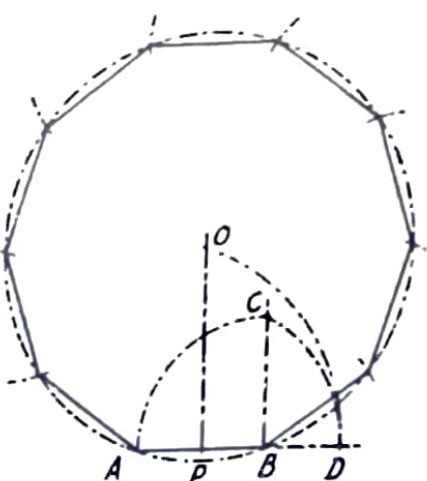
y se determina el punto D, medio entre C y B. Haciendo centro en C y con CD como radio, se lleva un arco



de circunferencia hasta cortar en O a la perpendicular levantada por P , punto medio de AB . Si se hace centro en O y se toma como radio la distancia entre O y A , se puede trazar una circunferencia en la que cabe como cuerda nueve veces la recta AB .

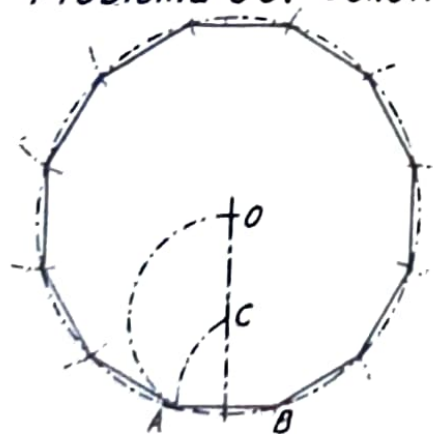
Problema 64. - Construir un decágono regular conociendo el lado AB . - Por el punto medio (P) y uno de los extremos (B) del lado dado, se levantan

perpendiculares indefinidas. Se hace centro en B y con AB de radio, se determina C en la perpendicular trazada por B . Con centro en P y la distancia PC como radio, se traza un arco que



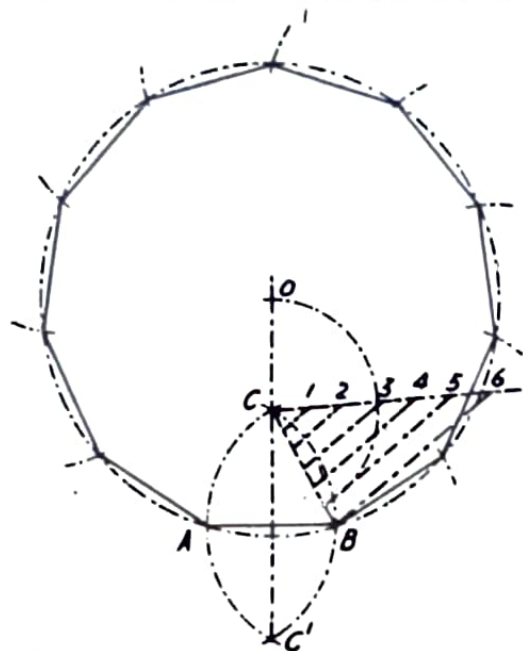
corta en el punto D a la prolongación del lado AB . Por último, se hace centro en A y se toma AD para trazar otro arco que cruza en el punto O a la perpendicular levantada en P . O como centro y OA de radio, sirven para trazar una circunferencia en la que cabe diez veces como cuerda, la recta AB .

Problema 65. - Construir un dodecágono regular, dado el lado. Por el punto medio (P) del lado dado AB , se traza una perpendicular indefinida. Se hace centro en uno de los extremos (B) y con AB como radio, se corta a la.



perpendicular en el punto C. Este como centro y CA de radio, sirven para el trazo de un arco que corta en O a la misma perpendicular. Considerando O como centro y OA de radio, se traza una circunferencia que contiene doce veces a AB como cuerda.

* Problema 66.- Construir un polígono regular de cualquier número de lados, conociendo la dimensión de ellos.- Esta dimensión es la recta AB. Se hace



centro en sus extremos y con AB como radio, se trazan arcos arriba y abajo de la recta, que se cortan entre sí en los puntos C y C', por los que se hace pasar una recta indefinida.- A continuación, se une C con B y se divide esta rec-

ta CB en seis partes iguales. De una manera premeditada no se ha mencionado el número de lados del polígono que se va a construir, a efecto de hacer resaltar que, lo hecho hasta este momento, es igual para todos los casos. Ahora, llámese N al número de lados que va a tener el polígono y réstesele a él siempre el número 6, para obtener otro representado por X, así: $N - 6 = X$. Este número X indicará las veces que habrá de llevarse una sexta parte de CB sobre la perpendicular CC' y del punto C hacia arriba, para encontrar un punto O que sirve de centro para tra-

zar una circunferencia de radio OA , en la que cabe N veces la cuerda AB . Por ejemplo, en la figura se ha trazado un polígono de once lados: el centro de la circunferencia se ha encontrado llevando cinco veces la sexta parte de CB , sobre la recta CC' y partiendo de C , en virtud de que se tiene $11 - 6 = 5$.

Si el polígono por construir fuera de 19 lados, habría que llevar $19 - 6 = 13$ veces la sexta parte de CB partiendo de C hacia arriba. Para trazar un polígono de 7 lados, se llevará únicamente una vez esa sexta parte, porque $7 - 6 = 1$.

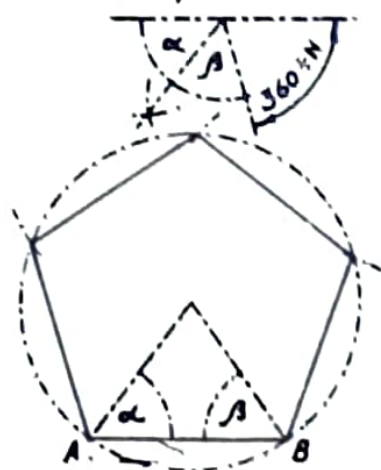
En el caso del exágono se tiene $6 - 6 = 0$, lo cual significa que no debe llevarse ninguna sexta parte, sino - que el centro de la circunferencia es C .

Cuando el polígono tiene menos de seis lados, se obtiene una resta negativa; si los valores positivos se han llevado de C hacia arriba, los negativos se llevarán de C hacia abajo. Por ejemplo, para el trazo de un pentágono se tiene $5 - 6 = -1$; luego habrá - que tomar una vez la sexta parte de CB y llevarla sobre la recta CC' y del punto C hacia abajo, para encontrar el centro O de una circunferencia de radio OA , en la que cabe cinco veces la recta AB como cuerda.

Problema 67.- Segundo procedimiento.- Como se indica en el problema 86, se traza un polígono regular del mismo número de lados, inscrito en una circunferencia dada. A continuación, se prolonga uno de los lados del polígono (AB por ejemplo) y sobre él se lleva una longitud igual al lado del polígono por construir, a partir de A , con lo que se determina el punto C . Por los puntos A y B se trazan radios que se prolon-

gan indefinidamente y por el punto C se traza una paralela al radio que se trazó por A , prolongándola hasta cortar en el punto D al radio que pasa por B . Se hace centro en O y con un radio OD , se traza una circunferencia en la que el lado dado AC , es contenido N veces como cuerda.

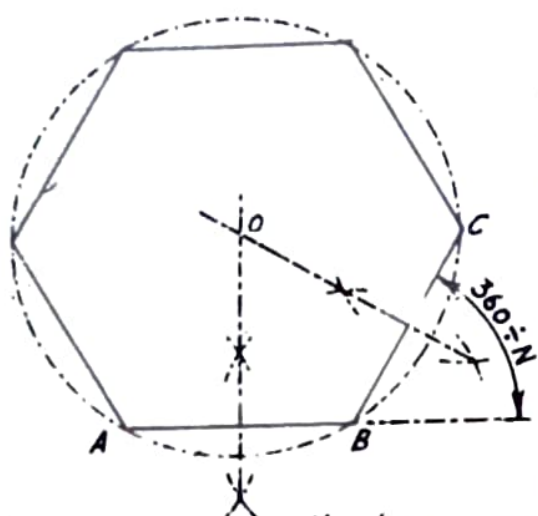
Problema 68. - Tercer procedimiento. - Si se tiene a mano un transportador, el problema es muy sencillo: basta dividir 360° entre N y considerar el ángulo que resulta, como el opuesto a la base de un triángulo isósceles que tiene por base el lado conocido del polígono. Se traza este triángulo



según lo explicado en el problema 38 y en seguida se hace centro en el vértice del triángulo y con un radio igual a cualquiera de sus lados, se traza una circunferencia, en la que se lleva N veces la base AB , o sea el lado dado.

Problema 69. - Teniendo transportador, construir un polígono regular de N lados. Únicamen-

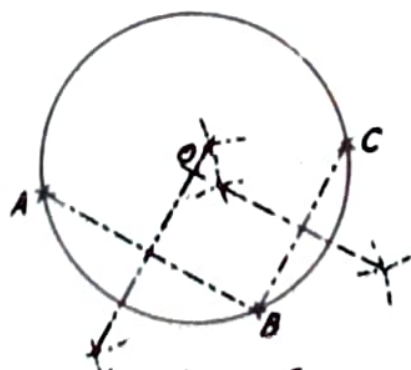
te se traza el lado AB prolongándolo por uno de sus



extremos (B por ejemplo) y sobre ella se traza un ángulo que tenga una abertura de 360° dividido por N , haciendo que su brazo BC' sea igual a AB . En seguida por el punto medio de AB y de BC'

se trazan perpendiculares que se cortan entre sí en el punto O , que se considera como centro para construir una circunferencia de radio OA , en la que se lleva N veces la recta AB como cuerda.

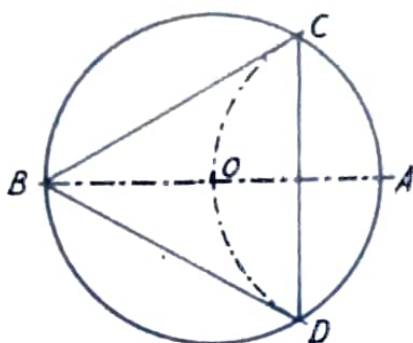
* **Problema 70.** - Por tres puntos dados, no en línea recta, hacer pasar una circunferencia. Los puntos son A , B y C , que se unen entre sí formando las rectas AB y BC , a las que se les trazan perpendiculares por sus puntos medios. Estas perpendiculares se cortan entre sí en el punto O , que sirve de centro para trazar la circunferencia cuyo radio es $OA = OB = OC$.



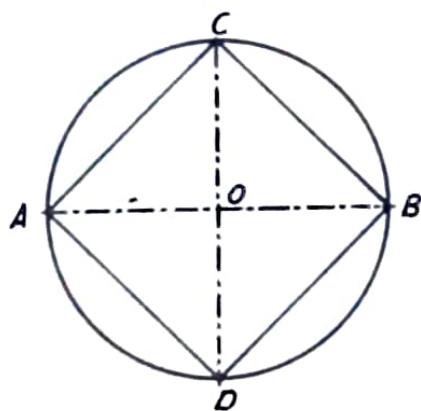
* **Problema 71.** - Encontrar el centro de un arco de circunferencia ya trazado. Sobre el arco se dan tres puntos que se unen entre sí para formar dos rectas; por los puntos medios de ellas, se les trazan perpendiculares que al cortarse entre sí en el punto O , marcan el centro del arco trazado.

Problema 72.- Hacer pasar una circunferencia de radio conocido por dos puntos dados.- Se hace centro en los dos puntos y con un radio igual al dado, se trazan arcos que se cortan entre sí en un punto O , que servirá de centro para trazar la circunferencia.

Problema 73.- Dividir una circunferencia dada en tres partes iguales.- Se traza un diámetro cualquiera AB ; se hace centro en uno de sus extremos (A por ejemplo) y con un radio igual al de la circunferencia dada, se corta a ésta en los puntos C y D . Los arcos CB , BD y DC , son iguales entre sí. Si se unen estos puntos entre sí, se obtiene un triángulo equilátero inscrito en la circunferencia.

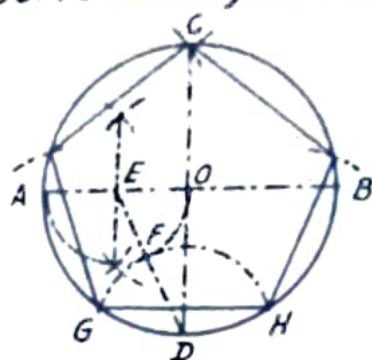
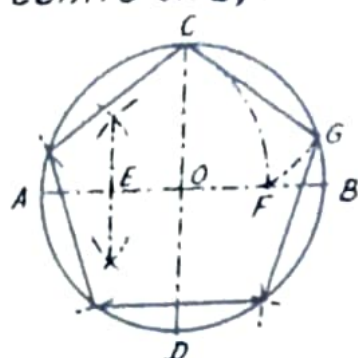


Problema 74.- Dividir una circunferencia dada en cuatro partes iguales.- Basta trazar dos diámetros AB y CD , perpendiculares entre sí para que la circunferencia quede dividida en cuatro arcos iguales entre sí. Uniendo los extremos de los diámetros, se obtiene un cuadrado inscrito.



Problema 75.- Dividir una circunferencia dada en cinco partes iguales.- Primero se trazan dos diámetros AB y CD , perpendiculares entre sí. A continuación, se divide uno de los radios (AO por ejemplo), en dos partes iguales, formando el punto E . Se ha-

ce centro en E, se toma EC como radio y se traza



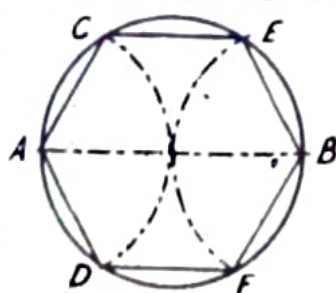
Primer procedimiento.

Segundo procedimiento.

un arco que localiza el punto F sobre el radio OB. Se hace centro en C y con CF como radio, se corta a la circunferencia en el punto G. El arco CG es la quinta parte de la circunferencia y su cuerda (la recta CG) sirve de lado para trazar un pentágono inscrito en esa circunferencia.

Problema 76. - Segundo procedimiento. - Como en el caso anterior, se trazan los diámetros AB y CD perpendiculares entre sí y se divide el radio AO en dos partes iguales determinando el punto E en el que se hace centro para trazar una semicircunferencia de radio EO. Uniendo E con D se corta en F a la semicircunferencia anterior. Centro en D y DF como radio, sirven para trazar una semicircunferencia que corta en G y H a la circunferencia dada. La cuerda y el arco GH, caben cinco veces en la circunferencia.

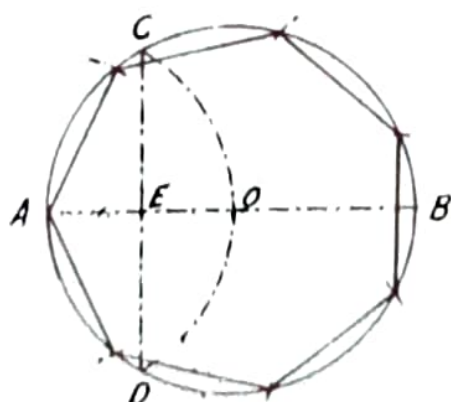
Problema 77. - Dividir una circunferencia dada en seis partes iguales. Se traza un diámetro cualquiera y se hace centro en sus dos extremos para cortar a la circunferencia en los puntos C y D y E y F, con un radio igual



al de la circunferencia. Uniendo estos puntos entre sí y con los extremos del diámetro, se obtiene un exágono regular inscrito.

- * En la práctica, para dividir una circunferencia en seis partes iguales, basta trazar un diámetro horizontal y hacer pasar por su centro rectas a 60° con la horizontal, o bien trazar un diámetro vertical y hacer pasar por el centro de la circunferencia, rectas a 30° con la horizontal.

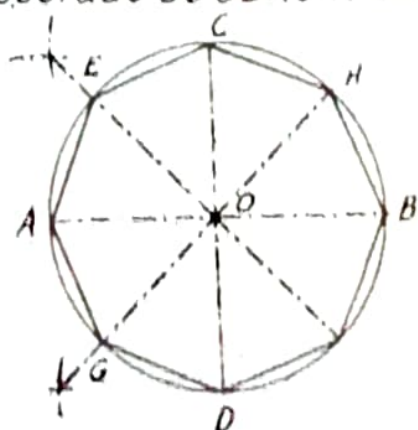
Problema 78.- Dividir una circunferencia dada en siete partes iguales. Se traza primero un diámetro.



cualquiera AB; se hace centro en uno de sus extremos (A en la figura) y con un radio igual al de la circunferencia, se traza un arco que corta a ésta en los puntos C y D, que se unen entre sí median-

te una recta que cortará en E al diámetro AB. La recta $CE = ED$, cabe como cuerda siete veces en la circunferencia. Trazando estas cuerdas se obtiene un heptágono inscrito.

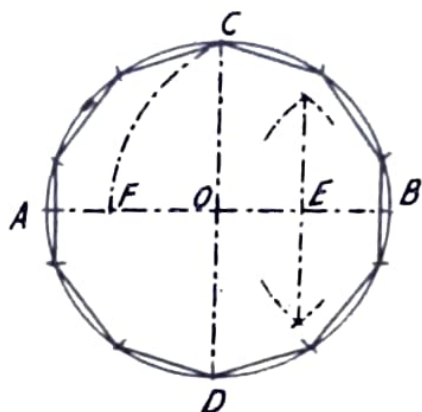
Problema 79.- Dividir una circunferencia dada en ocho partes iguales. - Se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí AB y CD y se bisectan los ángulos AOC y AOD, prolongando las rectas hasta obtener los puntos E, F.



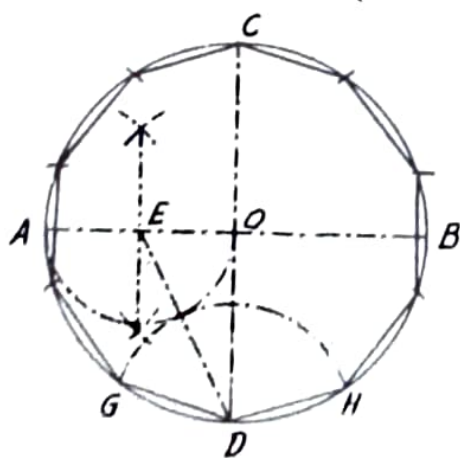
G y H sobre la circunferencia. Uniendo todos los puntos entre sí, se obtiene un octógono inscrito.

* En la práctica para dividir una circunferencia en 8 partes iguales, basta trazar cuatro diámetros: uno vertical, uno horizontal y dos a 45° en sentidos opuestos.

Problema 80.- Dividir una circunferencia dada en diez partes iguales.- Primero se trazan dos ejes perpendiculares entre sí, AB y CD. Uno de los radios OB por ejemplo, se divide en dos partes iguales, obteniendo el punto E, en el que se hace centro para trazar un arco de radio EC, que termina F sobre AO. La recta FO cabe diez veces como cuerda en la circunferencia.



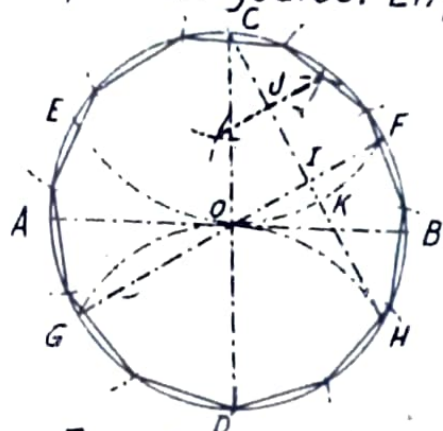
Problema 81.- Segundo procedimiento.- Como en el caso anterior, se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí, AB y CD, dividiendo el radio AO en dos partes iguales, para obtener el punto E, que se une con D. Se hace centro en E y con EA como radio, se traza un arco



que corta en F a la recta ED. Centro en D y DE como radio, sirven para trazar un arco que corta en G y en H a la circunferencia. Los arcos $GD = DH$, son -

dos de los diez que caben en la circunferencia, siendo sus cuerdas los lados de un decágono inscrito.

Problema 82.—Dividir una circunferencia dada en once partes iguales.—En primer término, se trazan

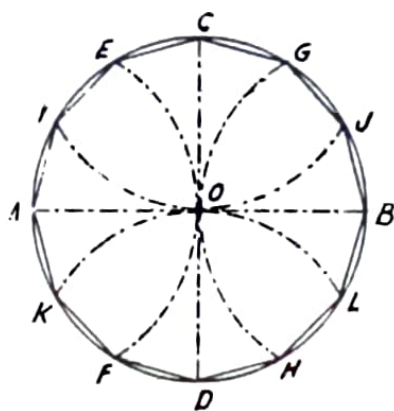


dos diámetros AB y CD , perpendiculares entre sí. Haciendo centros en C y en D , con el mismo radio de la circunferencia, se trazan arcos que cortan a ésta en los puntos E, F, G y H . A continuación se

une F con G y C con H . Estas rectas se cortan entre sí en el punto I . La recta IC se divide en dos partes iguales, para obtener el punto J . Además, la recta GH , ha cortado al arco EF en el punto K . La distancia entre los puntos J y K es igual a las cuerdas que caben once veces en la circunferencia, y su trazo origina el endecágono regular inscrito.

Problema 83.—Dividir una circunferencia dada en doce partes iguales.

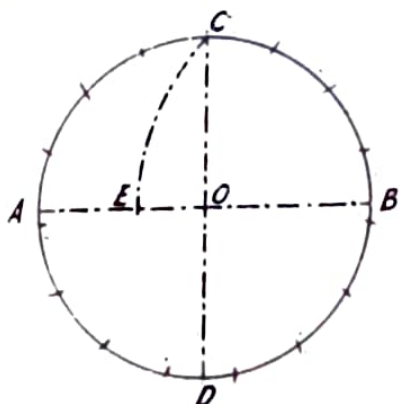
Se trazan los diámetros AB y CD , perpendiculares entre sí; con el mismo radio de la circunferencia, y haciendo centro en los extremos de los diámetros, se trazan arcos que cortan



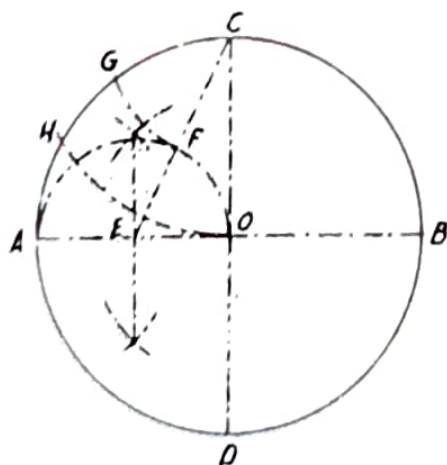
a la circunferencia en los puntos E, F, G, H, I, J, K y L . Si estos puntos se unen a sus inmediatos, se obtiene un dodecágono regular inscrito.

* Cuando en la práctica se hace necesario dividir una circunferencia en cualquier número de partes iguales, generalmente se hace en doce, debido a la sencillez del siguiente procedimiento: Se trazan primero dos ejes o diámetros, vertical uno y el otro horizontal. A continuación se trazan con la escuadra, diámetros inclinados a 60° y 30° con respecto a la horizontal, y en ambos sentidos, con lo cual queda dividida la circunferencia en la forma deseada.

Problema 84.- Dividir una circunferencia en quince partes iguales.- Inicialmente se trazan los diámetros AB y CD , perpendiculares entre sí. A continuación con centro en B y BC como radio, se traza un arco de circunferencia que corta al diámetro AB en el punto E . La recta EO es igual a una cuerda que cabe quince veces en la circunferencia dada.



Problema 85.- Segundo procedimiento.- Se trazan

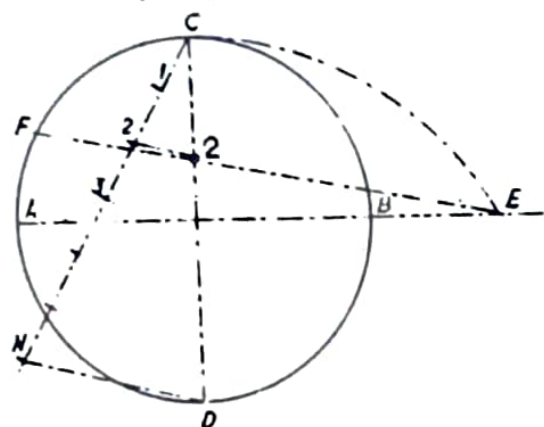


dos diámetros perpendiculares entre sí: AB y CD . A continuación se divide uno de los radios (AO) en dos partes iguales, determinando el punto E que sirve de centro para trazar una semicircunferencia de radio AE . En seguida se unen entre sí los puntos E y C , con lo que

queda se unen entre sí los puntos E y C , con lo que

se determina F sobre la semicircunferencia. Con centro en C y CF de radio se traza el arco que corta en G a la circunferencia dada. Para determinar el punto H se hace centro también en C y se toma CO de radio. El arco GH cabe quince veces en esa circunferencia.

* Problema 86.- Dividir una circunferencia en N (cualquiera) partes iguales.- Se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí: AB y CD , prolongando uno de ellos (AB)

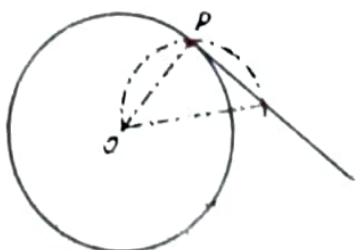


indefinidamente. El diámetro no prolongado (CD) se divide en N partes iguales (problema 3). A continuación se hace centro en D y con DC como radio, se traza el

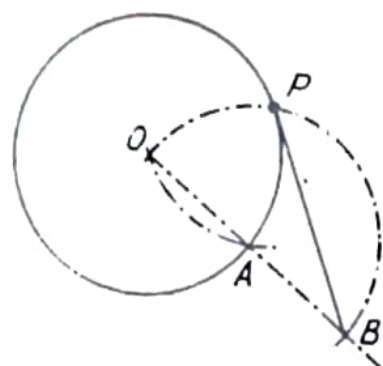
arco que corta en E a la prolongación de AB . Este punto E se une SIEMPRE con el punto 2 de CD y se prolonga la recta de unión hasta cortar en F a la circunferencia. El arco y la cuerda FC , caben N veces en dicha circunferencia.

Problema 87.- Por un punto P de una circunferencia, trazar a ésta una recta tangente.- Basta unir el punto P con el centro de la circunferencia, y trazar una perpendicular por el extremo P de la recta PO , (problema 9).

Problema 88.- Segundo procedimiento. Hágase centro en P y con PO como radio,

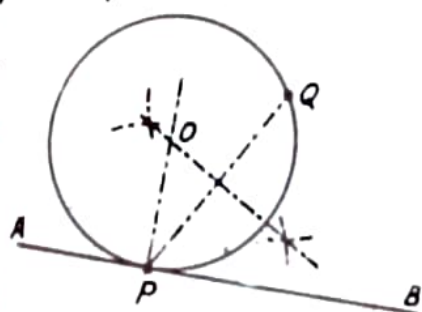


córtese a la circunferencia en el punto A. Unase el centro O con A, prolongándose esta recta indefinidamente. Hagase centro en A y con AP como radio, se traza un arco que corta en el punto B a la prolongación de OA. La recta que une B con P, es la tangente buscada.



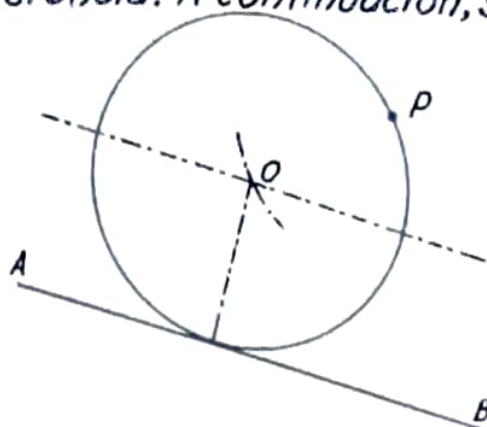
Problema 89.- En el punto P de una recta, trazarle una circunferencia tangente, de radio conocido.- Por el punto dado en la recta, se le traza una perpendicular; sobre ella y a partir del punto, se lleva una longitud igual al radio de la circunferencia, determinando el punto O, que sirve de centro para trazarla.

Problema 90.- Trazar una circunferencia tangente en P a una recta dada, y que pase por el punto Q, situado fuera de la recta.- Por P se levanta una perpendicular indefinida, a AB. Se unen entre sí los puntos P y Q, y por el punto medio de esta recta, se le traza una perpendicular (problema 6) que se prolonga hasta cortar en O a la trazada por P. O es el centro de la circunferencia buscada y $OP = OQ$, su radio.

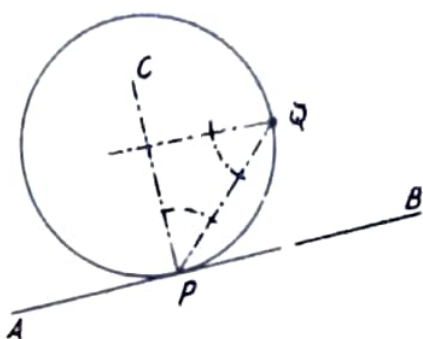


Problema 91.- Trazar una circunferencia de radio conocido, tangente a la recta AB, y que pase por un punto P dado fuera de dicha recta. En primer término, se traza una paralela indefinida a la recta AB, a una distancia igual al radio de la circun-

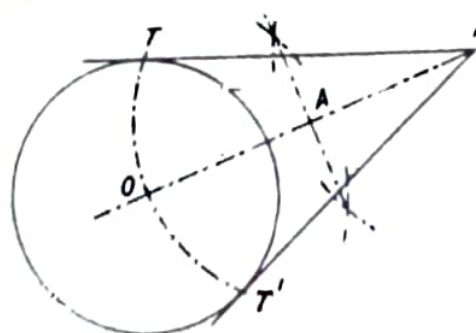
ferencia. A continuación, se hace centro en P y con el mismo radio, se traza un arco de circunferencia que corta en O a la paralela a AB . El centro de la circunferencia es O ; su radio, OP (igual al dato). Si se desea conocer el punto de tangencia en la recta, bastará trazar desde O , una perpendicular a dicha recta.



Problema 92.- Trazar una circunferencia que siendo tangente en P a la recta, pase por el punto Q , dado fuera de ésta. (Segundo procedimiento). Por P se traza la recta CP , perpendicular a AB , y se unen P y Q , con lo que se ha formado el ángulo CPQ . Considerando Q como vértice, se traza otro ángulo igual, y se prolonga su lado hasta cortar en O a PC . O es el centro y OP el radio.



Problema 93.- Desde un punto dado fuera de una circunferencia, trazar a ésta las tangentes posibles.

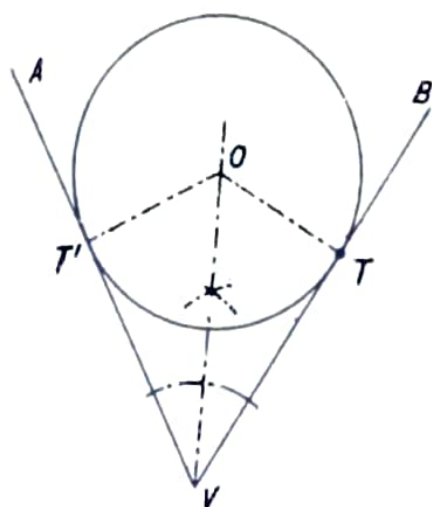


Unase el punto dado P , con el centro de la circunferencia O y divídase esta recta en 2 partes iguales, determinando el punto A , centro para trazar un arco de radio AO , que corta a la circunferencia

en los puntos T y T' que al ser unidos con el punto P , forman las tangentes pedidas.

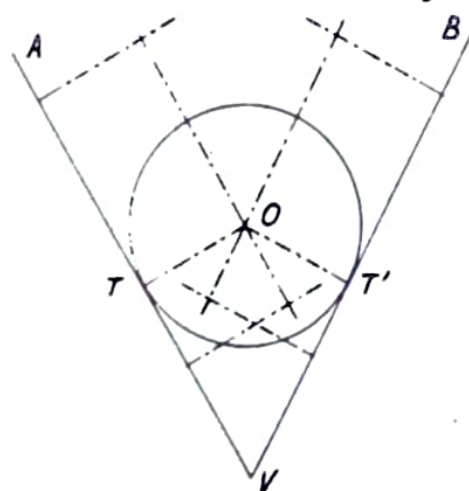
Problema 94.—Trazar una circunferencia tangente a los lados de un ángulo dado, dando el punto de tangencia T en uno de ellos.

Al ángulo dado AVB se le traza su bisectriz VC (problema 26) y por el punto T se levanta una perpendicular a la recta AV , que al cortar en O a la bisectriz del ángulo, marca el centro de la circunferencia que se traza con un radio igual a OT . El otro.



punto de tangencia T' , se obtiene llevando del punto O una perpendicular a la recta VB (problema 13).

Problema 95.—A un ángulo dado, trazarle una circunferencia tangente, de radio conocido.

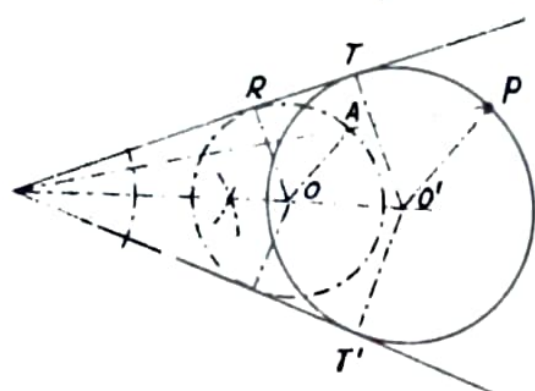


Se consideran por separado las rectas AV y BV , trazando a cada una de ellas una paralela a distancia igual al radio de la circunferencia y las cuales se cortan en el punto O . Desde éste se llevan perpendiculares a

los lados del ángulo, para obtener los puntos T y T' de tangencia con la circunferencia que se traza con O como radio y con centro en O .

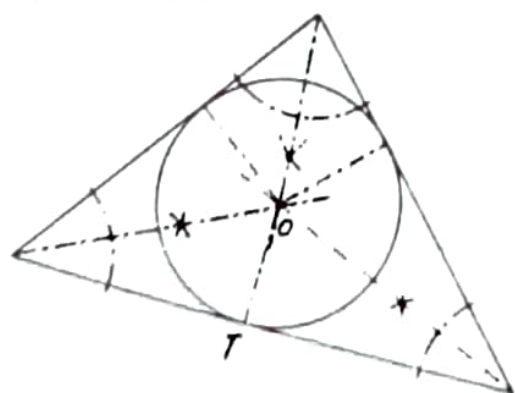
Problema 96.—Trazar una circunferencia que siendo tangente a los lados de un ángulo, pase por,

un punto P dado entre ellos. En primer término, se procede a bisectar el ángulo dado y hecho esto se da



un punto R cualquiera en uno de los lados y por él se traza una circunferencia tangente a los dos lados del ángulo tal como se hizo en el problema 94. En seguida, uniendo el punto P con el vértice del ángulo, se corta a la circunferencia en A , punto que se une con su centro O . Por P se traza una paralela a AO , determinando el punto O' en la bisectriz del ángulo. O' será el centro para trazar la circunferencia buscada, cuyo radio será $O'P$. Si se desea localizar los puntos T y T' de tangencia en los lados del ángulo, basta llevar a ellos perpendiculares desde O' .

Problema 97.- Trazar una circunferencia tangente a los lados de un triángulo. Se bisecta cada uno de los ángulos y se prolongan estas rectas hasta que se corten entre sí en el punto O , centro para trazar la circunferencia cuyo radio es OT (pie de una de las perpendiculares llevadas de O a los lados del triángulo, para determinar los puntos de tangencia).

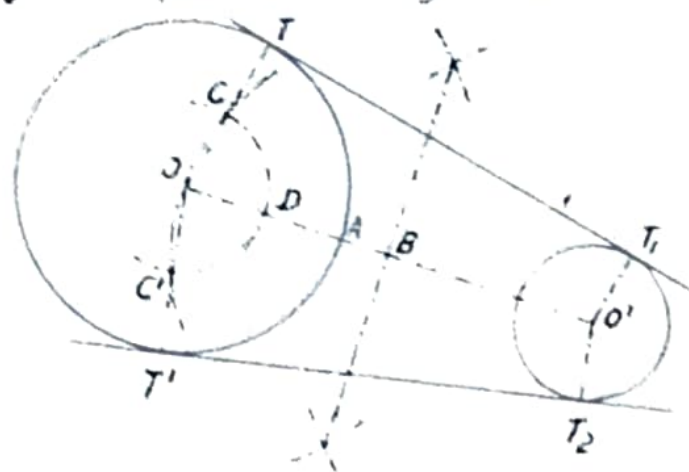


Problema 98.- Trazar las tangentes exteriores a 2 circunferencias dadas. Se unen los centros O y O' de las circunferencias, con lo cual queda cortada la línea

que se prolongan estas rectas hasta que se corten entre sí en el punto O , centro para trazar la circunferencia cuyo radio es OT (pie de una de las perpendiculares llevadas de O a los lados del triángulo, para determinar los puntos de tangencia).

Problema 98.- Trazar las tangentes exteriores a 2 circunferencias dadas. Se unen los centros O y O' de las circunferencias, con lo cual queda cortada la línea

por en el punto A. En seguida se determina B, punto me-

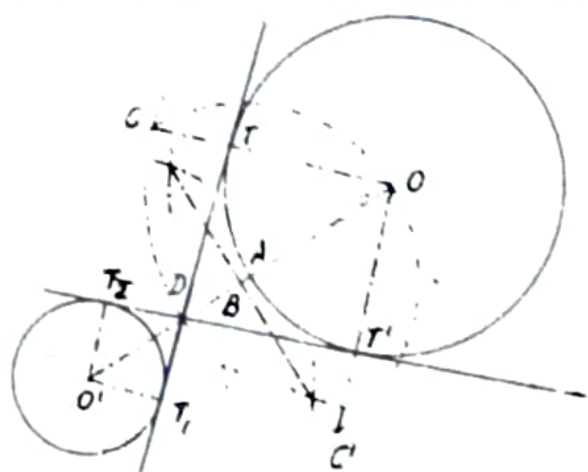


dio entre O y O' . - Centro en B y BO como radio, sirven para trazar un arco indefinido que se corta en C y C' por medio de otro arco que tiene a O por centro y la dis-

tancia OD como radio. El punto D se determina llevando el radio de la circunferencia menor del punto A hacia O . Los puntos C y C' se unen con el centro O y se prolongan hasta cortar en T y T' a la circunferencia. Por O' se trazan $O'T_1$ paralela a OT y $O'T_2$ paralela a OT' . Uniendo T con T_1 y T' con T_2 , se obtienen las tangentes.

Problema 99. - Trazar las tangentes interiores a dos circunferencias dadas. - Como en el caso anterior, se unen los centros

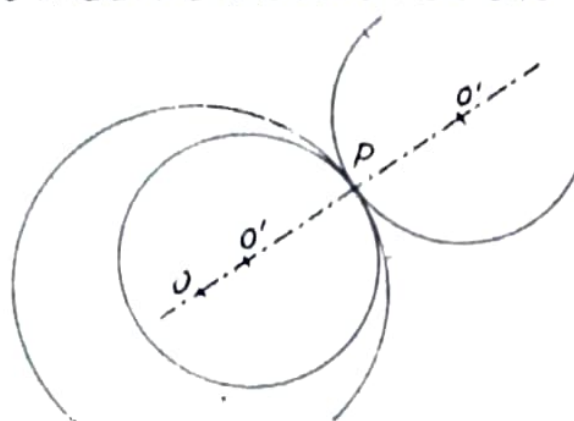
O y O' , cortando en A a la circunferencia mayor y dividiendo en dos partes iguales a OO' , para obtener el punto B . Se hace cen-



tro en B y con radio OB se traza un arco indefinido que se corta en C y C' por medio de otro arco de centro O y radio OD . El punto D se encuentra llevando el radio de la circunferencia menor del punto A hacia afuera

de la circunferencia mayor. Al unir CyC' con O , se corta a ésta última en los puntos TyT' . Por O' se trazan $O'T_1$ paralela a OT y $O'T_2$ paralela a OT' . (Hay que fijarse en que estas paralelas queden invertidas, es decir: si OT está arriba de la recta OO' , $O'T_1$ se trazará hacia abajo de ella y como OT' queda abajo de OO' , $O'T_2$ debe trazarse hacia arriba de ella). Al unir T con T_1 y T' con T_2 , se obtienen las tangentes buscadas.

Problema 100.—Por un punto P dado en una circunferencia trazar le otra que le sea tangente y tenga un radio conocido.—Se une P con el centro O , pro-

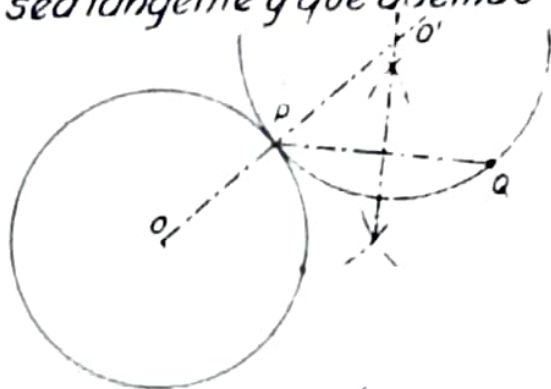


longando esta recta indefinidamente. Sobre ella y a partir de P (ya sea hacia fuera o hacia adentro de la circunferencia) se lleva una distancia igual al radio dado, obtenien-

do el punto O' , centro para trazar la circunferencia tangente con el radio dado.

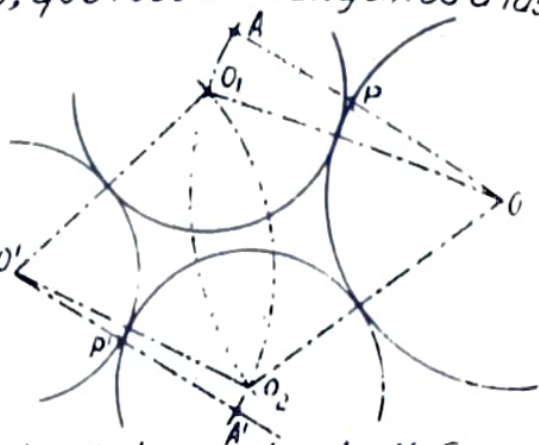
Problema 101.—Por un punto P de una circunferencia, trazar otra que le sea tangente y que además pase por el punto Q dado fuera de ella. Se

une P con el centro O prolongando indefinidamente esta recta. A continuación se unen P y Q . Por el punto medio de PQ se traza una perpendicular que se

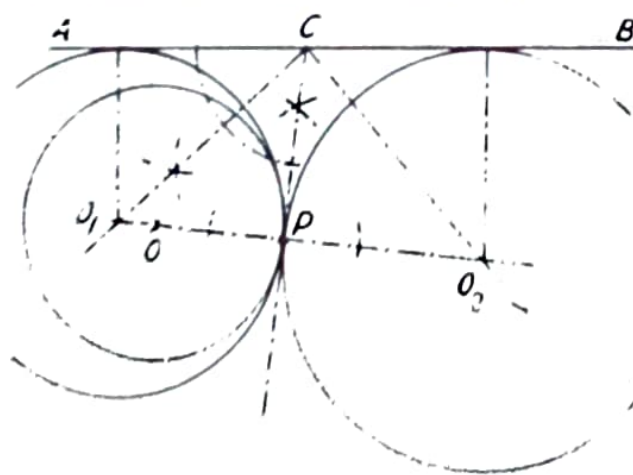


prolonga hasta cortar en O' a la continuación de OP . El punto O' es el centro para trazar la circunferencia con radio $O'P = O'Q$.

Problema 102.—A dos circunferencias dadas, trazarles otras dos de radio conocido, que resulten tangentes a las primeras. En las dos circunferencias se dan dos puntos cualesquiera, P y P' , que se unen con el centro de ellas, prolongando las rectas indefinidamente. A partir de esos puntos y hacia afuera, se llevan distancias iguales al radio dado, obteniendo los puntos A y A' . Con centro en O y O' y radios OA y $O'A'$ se trazan arcos que se cortan entre sí en los puntos O_1 y O_2 , que serán centros para trazar las circunferencias. Para determinar los puntos de tangencia se unen O_1 y O_2 con O y O' .



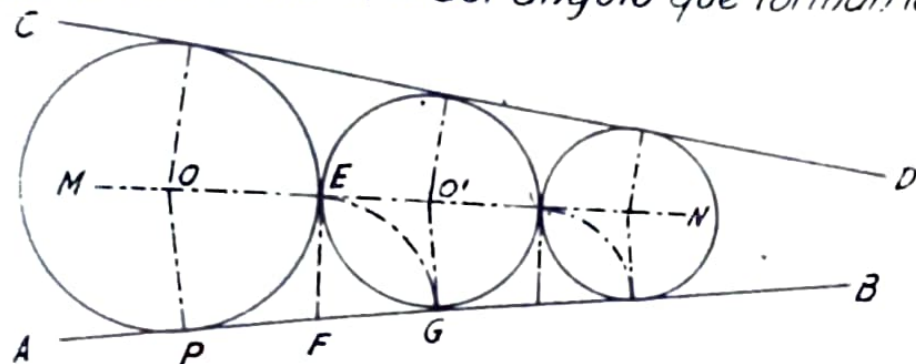
Problema 103.—Trazar dos circunferencias que siendo tangentes a una recta y una circunferencia dadas, pasen por un punto P de ésta última. Unase el centro O de la circunferencia con el



punto P dado en ella, prolongando la recta indefinidamente; por P trácese una perpendicular a OP , que origina C en AB . Ahora, biséctese el ángulo ACP , prolongando esta recta hasta cortar en O_1 a la prolongación de OP y por el punto C trácese una perpendicular a dicha bisectriz, prolongándola

hasta cortar en O_2 a OP o su prolongación. Los puntos O_1 y O_2 son los centros para trazar la circunferencias buscadas, que tienen por radio la distancia que hay de su centro al punto P . Si se desea localizar los puntos de tangencia en la recta basta llevar a ella perpendiculares desde los puntos O_1 y O_2 .

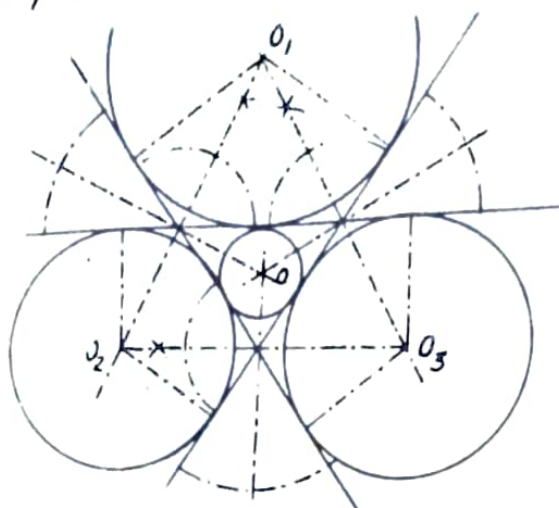
Problema 104.- Trazar varias circunferencias tangentes entre si y a dos rectas concurrentes dadas. - Por cualquiera de los procedimientos conocidos se traza la bisectriz MN del ángulo que forman las



rectas dadas AB y CD . Sobre una de ellas, por ejemplo AB , se da un punto cualquiera P y por él se levanta una perpendicular a la misma recta y que corta en O a la bisectriz MN . Con centro en O y OP como radio se traza la primer circunferencia que corta en E a la recta MN . Por este punto E se traza una perpendicular a la propia recta MN , prolongándola hasta cortar en F a AB . Se hace centro en F y con FE de radio, se lleva un arco que corta en G a AB . Si por G se levanta una perpendicular a AB y se prolonga hasta cortar en O' a MN , se tendrá el centro de la segunda circunferencia cuyo radio será $O'E = O'G$. Se sigue el mismo procedimiento tantas veces como circunferencias se deban trazar. Para determinar los puntos de tangencia en CD , bastará llevar a ella perpendiculares

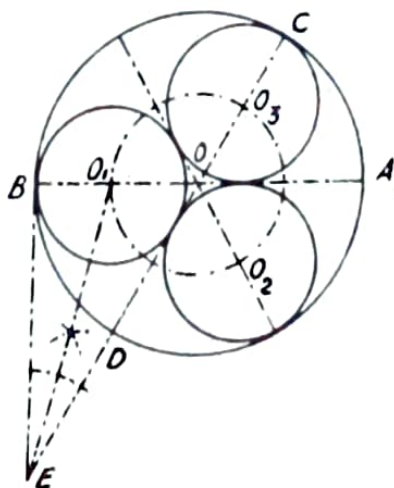
desde los centros de las circunferencias por trazar.

Problema 105. - Trazar cuatro circunferencias tangentes entre sí y a tres rectas dadas que se cortan dos a dos. - La primera de las circunferencias se traza como en el problema 97, considerando el triángulo que forman las rectas al cortarse. A continuación se bisecan los ángulos externos del triángulo, prolongándolas hasta que se corten entre sí en los puntos O_1 , O_2 y O_3 que



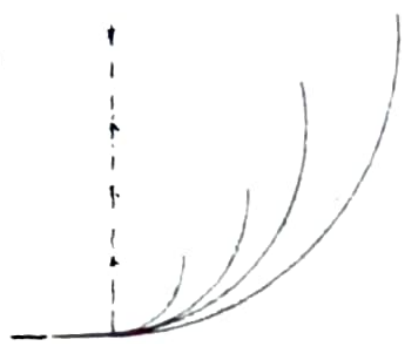
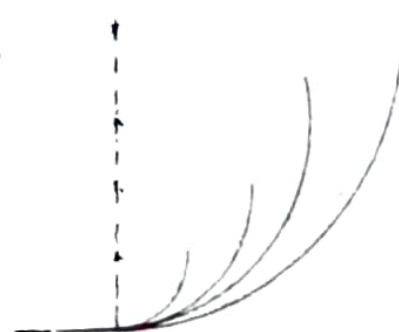
serán los centros para trazar las otras circunferencias cuyos radios y puntos de tangencia se determinan llevando perpendiculares desde dichos puntos a las rectas correspondientes.

Problema 106. - Trazar N circunferencias tangentes entre sí y a otra circunferencia dada. - Lo primero que se hace es dividir la circunferencia dada en $2N$ partes iguales (el doble del número de circunferencias que se vayan a trazar). Por el extremo de uno de los diámetros (sea B) se traza a él una perpendicular que corta a la prolongación del diámetro inmediato CD , en el punto E , con



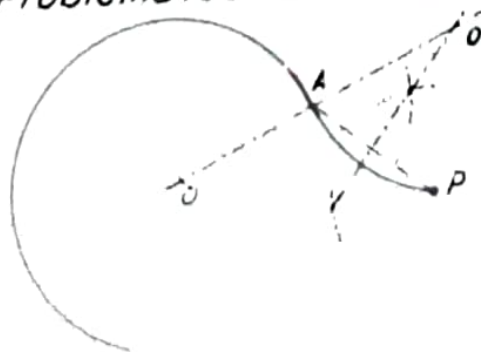
lo que se forma el ángulo BED que se bisecta. Esta bisectriz corta al diámetro AB en el punto O_1 . Con radio OO_1 y centro en O , se traza una circunferencia auxiliar que contiene los centros de las circunferencias por trazar y que tendrán como radio la perpendicular llevada de O_1 al diámetro CD . Los centros O_2, O_3, \dots, O_N , se marcarán cada dos radios.

Problema 107.-Enlace de varios arcos de circunferencia con el extremo de una recta dada. Por el extremo elegido en la recta, se le levanta una perpendicular y sobre ella se marcan los centros de los arcos de circunferencia, que se trazan con radios iguales a la distancia que existe entre dichos centros y el extremo de la recta. Este problema, ejecutado a lápiz,



biema, ejecutado a lápiz, no presenta mayor dificultad, pero al hacerlo a tinta, muestra la necesidad de observar la siguiente regla: siempre que haya necesidad de dibujar con tinta varios arcos o rectas que concurren a un punto común, su trazado deberá ejecutarse de fuera del punto, hacia él, pues de lo contrario se hace una mancha de tinta.

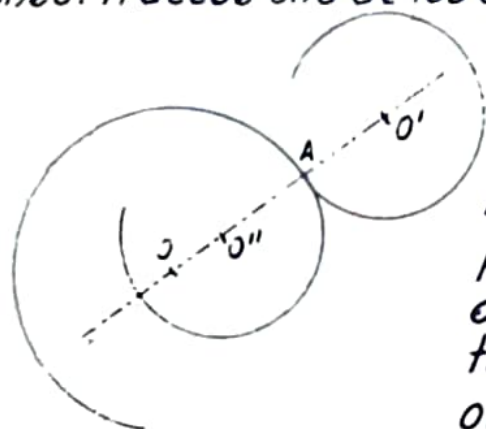
Problema 108. - En loce del extremo de un arco de cir.



conferencia con un punto dado, mediante otro arco. - Se une el centro del arco dado con el extremo elegido prolongando indefinidamente esta

recta. El mismo extremo se une con el punto por enlazar y en el punto medio de esta recta de unión, se traza otra que le sea perpendicular y que cortará en O' a la prolongación de OA . El centro del arco de enlace será O' y su radio $O'A = O'P$.

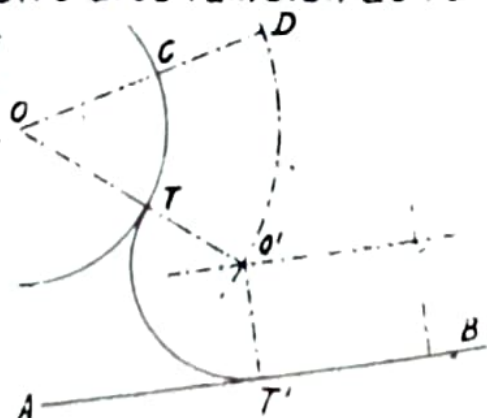
Problema 109.- Enlace de dos arcos de circunferencia de radios conocidos. El problema tiene dos soluciones. Trácese uno de los arcos y únase su centro



con el extremo por enlazar, prolongando esta recta indefinidamente. Sobre ella márchense los puntos O' y O'' distantes del extremo A una longitud igual a la del radio del otro arco, obteniendo así

los centros para trazar el segundo arco, en sus 2 casos.

Problema 110.- Enlace de un arco de radio dado y una recta AB , mediante otro arco también de radio conocido. Al arco dado se le traza un radio cualquiera OC ; en su prolongación, y a partir de C , se lleva una distancia igual al radio del arco de enlace, determinando el punto D , por el que se ha



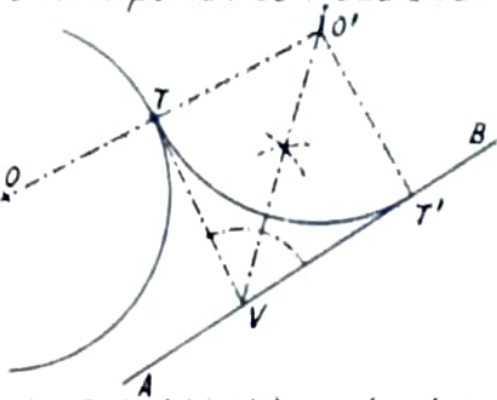
ce pasar un arco de circunferencia concéntrico al primero (su radio será OD). A continuación y siguiendo el procedimiento empleado en el problema 17 se traza una recta paralela a AB , a una distancia igual-

al radio del arco de enlace. La recta así trazada corta al arco trazado por O , en el punto O' que servirá de centro para trazar la curva de enlace y cuyos puntos de tangencia se determinan: en el arco, mediante el punto T , que se obtiene al unir O con O' y en la recta por T' , pie de la perpendicular llevada de O' a AB .

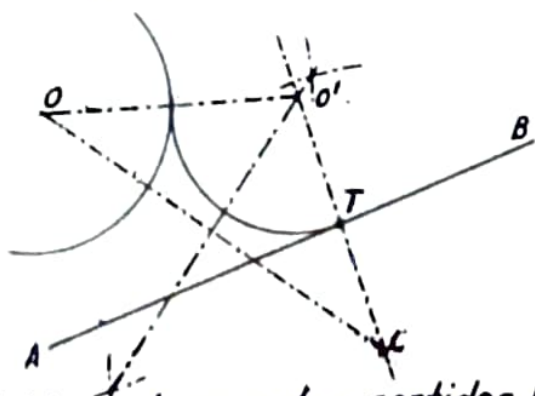
Problema III.—Enlace de un arco de circunferencia y una recta, mediante otro arco, conociendo el punto de enlace en el arco. — Por este punto T se traza el ra-

dio OT prolongándolo indefinidamente. Por el mismo punto T se traza una perpendicular que corta en V a la recta AB o a su prolongación. Con esto se ha formado el án-

gulo TVB que se bisecta. Esta bisectriz corta a la prolongación de OT en O' , que servirá de centro para trazar el arco de enlace con un radio $O'T$. El punto de tangencia T' en la recta, se obtiene llevando una perpendicular de O' a AB .

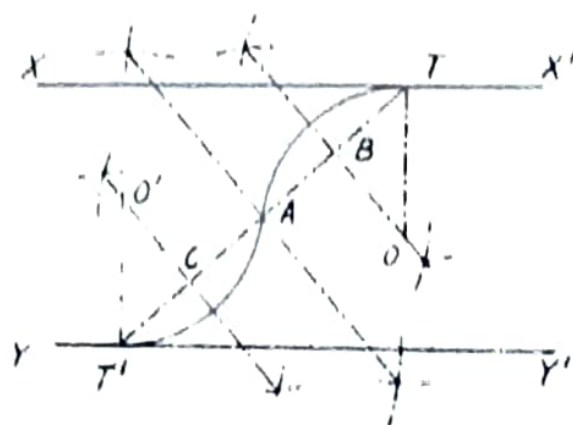


Problema II 2.—Enlace de un arco de circunferencia y una recta mediante otro arco, conociendo el punto de enlace en la recta. Por el punto de enlace se traza una perpendicular a AB , prolongándola indefinidamente en ambos sentidos. Partiendo de T y ha-



cia abajo de AB , se lleva sobre esta perpendicular una longitud igual al radio del arco por enlazar, determinando el punto C que se une con O , centro del arco dado. Por el punto medio de OC se le traza a esta recta una perpendicular que cortará en O' a la prolongación de CT . El centro para trazar el arco de enlace será O' y su radio $O'T$; el punto de tangencia T' en el arco, se obtiene uniendo entre sí los centros O y O' .

Problema 113.— Enlace de dos rectas paralelas, mediante dos arcos de circunferencia de radios iguales y sentidos inversos.— En primer lugar se dan



los puntos de enlace T y T' , mismos que se unen entre sí, dividiendo esa recta de unión en cuatro partes iguales, de la siguiente manera: por el punto medio A de TT' , se traza una perpendicular indefinida;

por el punto medio B de AT y C de AT' , también se trazan perpendiculares que se prolongan indefinidamente. A continuación por T se traza una perpendicular a la recta XX' , prolongándola hasta cortar en O a la recta que se trazó por B y por el punto T' se lleva una perpendicular a YY' , que cortará en O' a la recta trazada por C . Los puntos O y O' serán los centros para trazar los radios de enlace, cuyos radios son OT y $O'T'$. Los arcos enlazarán entre sí en el punto A .

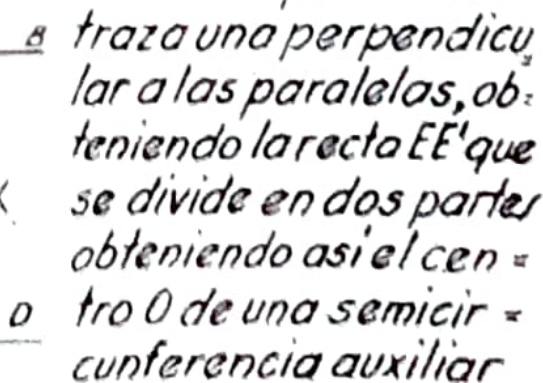
Problema 114.— Enlace de dos rectas paralelas, mediante dos arcos de circunferencia de radios di-

ferentes pero del mismo sentido. Una vez marcados = los puntos de enlace

TyT' se unen entre sí y se determina el punto medio A de TT'. A continuación y partiendo de TyT', se lleva sobre las paralelas una distancia igual

a TA, obteniendo los puntos C y C', que se unen entre si. Con lo anterior se han originado dos ángulos: TCC' y CC'T', que se bisectan. En seguida por el punto T se traza una perpendicular a la paralela, prolongándola hasta cortar en O a la bisectriz del ángulo TCC' y por T' otra perpendicular que determina el punto O' sobre la bisectriz del ángulo CC'T'. Se unen entre si O y O', prolongando esta recta hasta cortar en el punto D a la recta CC'. Con centro en O y OT como radio se traza el primer arco de enlace que se prolonga hasta el punto D; el segundo arco se traza con centro en O' y radio O'T', partiendo del punto D.

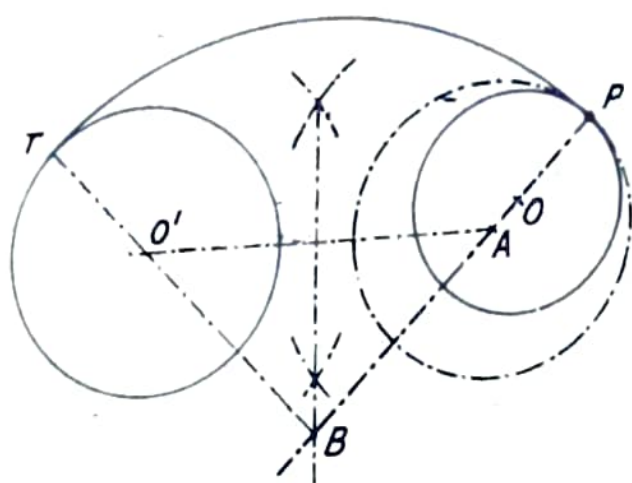
Problema 115.- Enlace de las paralelas AB y CD por medio de una semicircunferencia que pase por un punto P dado entre ellas.- Por el punto P se-



que se traza con radio OE . Por el punto P dado, se

traza una recta paralela a las líneas AB y CD , misma que cortará en el punto F a la semicircunferencia auxiliar. A continuación por el punto F se traza una paralela a la recta EE' , cortando así en el punto O' a la línea que se trazó por O . Con centro en O' y $O'P$ como radio, se traza el arco de enlace deseado.

Problema 116. - Dadas dos circunferencias, enlazarlas por medio de un arco que parta del punto P dado en una de ellas. - En primer término debe unirse el punto P con el centro O de la circunferencia que



lo contiene, prolongando esta recta indefinidamente. En seguida partiendo de P y sobre PO se lleva una distancia igual al radio de la otra circunferencia dada, obtenien-

do así el punto A que se une con el centro O' de la misma circunferencia. Por el punto medio de AO' se levanta una perpendicular que se prolonga hasta cortar en B a la continuación de PA . El punto B será el centro para trazar el arco de enlace buscado, con un radio igual a la distancia BP . El punto T de enlace o tangencia en la otra circunferencia, se encuentra uniendo B con su centro O' y prolongando esa recta hasta la circunferencia misma.

* **Elipse y óvalo.** - Se define la elipse como una curva cerrada tal, que la suma de las distancias que hay

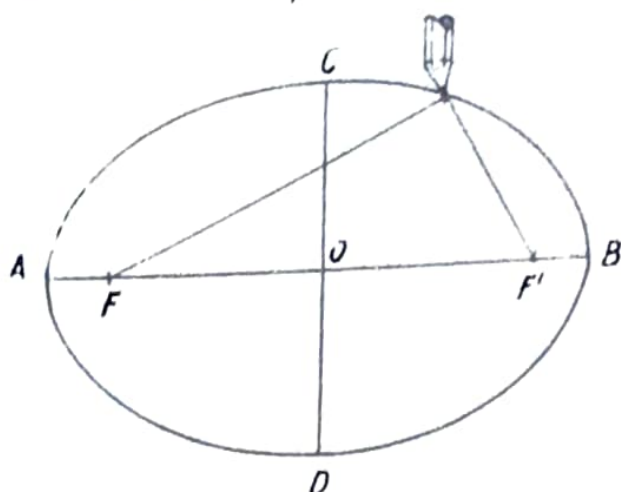
de un punto cualquiera de dicha curva a dos puntos fijos, dados sobre el eje mayor de ella, es constante. Los puntos dados sobre el eje mayor, toman el nombre de focos y deben quedar colocados a una distancia igual al semieje mayor, con respecto a los extremos del eje menor. El trazo de la elipse debe hacerse localizando previamente una serie de puntos por los que se hace pasar la curva, ya sea a mano libre o bien con auxilio del curvígrafo.

El óvalo es también una curva cerrada, muy semejante a la elipse, pero no satisface la condición de igualdad entre las sumas de sus radios vectores (las rectas que unen un punto cualquiera de la curva, con los focos). Esta curva es tan parecida a la elipse, que en múltiples ocasiones la sustituye, debido a la simplicidad de su trazo (que puede efectuarse mediante el enlace de cuatro arcos de circunferencia de determinados radios).

Lo anterior ha originado que algunos autores digan que el óvalo es una elipse construida a base de arcos de circunferencia, en lugar de hacerlo a mano libre. Sin embargo, esta afirmación debe tomarse con ciertas reservas, ya que en la definición que dan algunas enciclopedias del óvalo, se incluye una curva que toma la forma de un huevo cortado longitudinalmente y a la que muchas personas dan erróneamente el nombre de ovoide, sin tomar en cuenta que tal designación corresponde al cuerpo que tiene la forma de huevo.

Problema 117. - Construir una elipse con ayuda de un hilo, conociendo sus dos ejes. - Lo primero que se hace es trazar los dos ejes perpendiculares entre sí, cor-

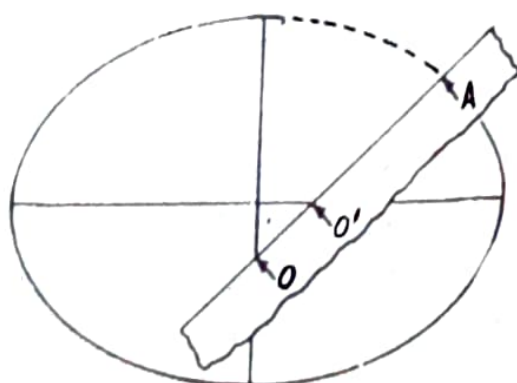
tándose en su punto medio, para determinar en se-



guida los focos de la elipse, de la siguiente manera: se toma como radio la distancia AO (o sea el semieje mayor); se apoya el compás en uno de los extremos

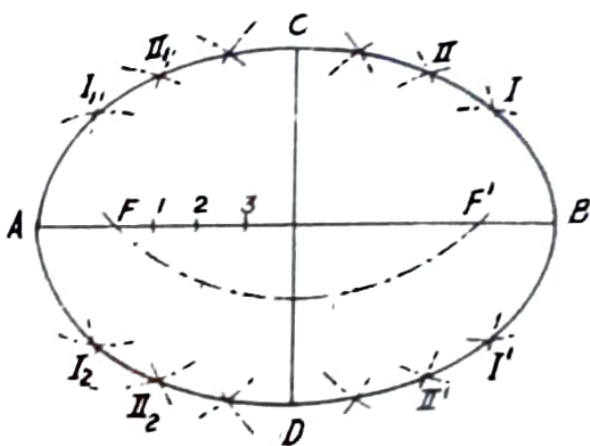
del eje menor (C por ejemplo), y se traza un arco que corta al eje mayor en los puntos F y F' , que son los focos buscados. En seguida se colocan alfileres o chinchetas en F y F' , amarrando a ellos un hilo, en forma tal, que que de tenso al formar el ángulo FCF' . En estas condiciones se coloca en C un lápiz con la punta bien afilada y se hace correr hacia los extremos de los ejes, teniendo cuidado de que en todo momento el hilo permanezca completamente tenso.

Problema 118. - Dados sus ejes, construir una elipse con ayuda de una tira de papel. - Como primer paso se trazan los ejes, perpendiculares entre sí y cortándose en su punto medio. En seguida se toma una pequeña tira de papel y en ella se marcan los puntos A y O a una distancia igual al semieje mayor; se coloca la tira sobre el eje menor haciendo coincidir el punto



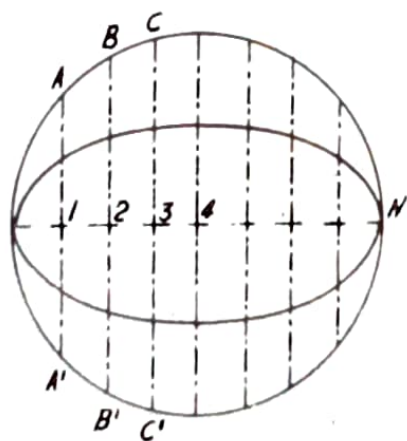
A de ella con el extremo C de dicho eje y se marca el punto O' de A hacia O en la mencionada tira. En estas condiciones, se va deslizando la tira de papel, cuidando de que el punto O' permanezca en todo momento sobre el eje mayor, mientras que el punto O se encuentre siempre sobre el eje menor. De esta manera el punto A irá señalando una serie de lugares que se marcan con el lápiz y por los que posteriormente se hace pasar la elipse, ya sea a mano libre o bien con el curvógrafo.

Problema 119. - Dados sus dos ejes, construir una elipse con ayuda del compás. - Como en los casos anteriores, se trazan los dos ejes perpendiculares entre sí, y se determinan los focos según se indicó en el problema 117. A continuación partiendo de uno de los focos (F por ejemplo) y hacia el cruce O de los dos ejes, se da una serie de puntos, en cualquier número y a cualquier distancia entre ellos. En seguida se toma con el compás una distancia igual a $A-I$, se hace centro en F y en F' y se trazan arcos de circunferencia arriba y abajo del eje mayor. A continuación se toma un radio $B-I$ y con centro en F se determinan los puntos I y I' sobre los arcos que se trazaron con centro en F' . Con el mismo radio y haciendo centro en F' se determinan los puntos I_1 y I_2 en los arcos que se trazaron con centro en F . Se toma ahora un

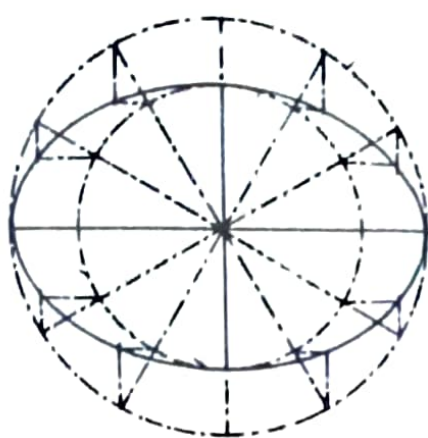


radio $A-2$ y haciendo centro en F y en F' se trazan arcos arriba y abajo del eje mayor; sobre estos arcos se marcan los puntos II, II', II_1 y II_2 mediante arcos de circunferencia que tienen como radio la distancia $B-2$ y los puntos F' y F como centros respectivamente. El mismo procedimiento se sigue con cada uno de los puntos restantes, con lo que se obtiene una serie de lugares por los que se hace pasar la curva de la elipse ya sea con ayuda del curvigráfico o bien a mano libre.

Problema 120. - Construir una elipse derivada del círculo. - Este problema es un caso especial de la construcción de la elipse, en el que se supone que el eje menor de ella, es igual al semieje mayor, y se resuelve fácilmente: Hágase centro en el punto medio del eje dado y con un radio igual a su mitad, trácese una circunferencia. A continuación, divídase el eje de la elipse, o sea el diámetro de la circunferencia, en cualquier número de partes y por estas divisiones trácense rectas perpendiculares al propio eje, prolongándolas hasta cortar a la circunferencia en los puntos $A, A', B, B', \dots, N, N'$. En seguida cada una de las semirectas (es decir $A-1$ y $1-A'$; $B-2$ y $2-B'$; $C-3$ y $3-C'$, etc.), se dividen en dos partes iguales, obteniendo así una serie de puntos por los que se hace pasar la elipse.



Problema 121.- Trazo de una elipse con auxilio de dos circunferencias.- Como primer trazo se construyen las

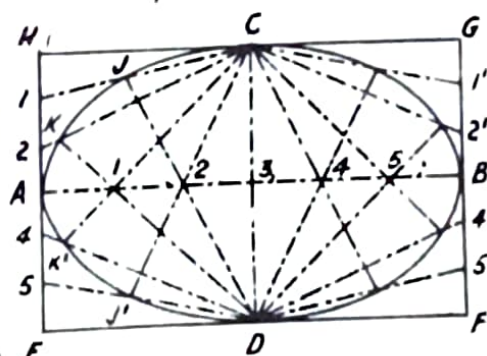


dos circunferencias, - concéntricas, y con sus diámetros iguales a los ejes de la elipse. A continuación se dividen las dos circunferencias en 12 partes iguales; por cada uno de los puntos de división de la circunferencia

mayor, se trazan líneas verticales y por los de la menor, horizontales que se prolongan hasta cortar a las verticales de igual número; es decir, la horizontal trazada por la división 1 de la circunferencia menor, deberá cortar a la vertical trazada por la división 1 de la circunferencia mayor. De esta manera se obtiene una serie de puntos por los que se hace pasar, a mano o con curvigráfico, la curva de la elipse.

Problema 122.- Construir una elipse tangente a los lados de un rectángulo dado.- En primer lugar, se trazan los ejes AB y CD al rectángulo dado, dividiendo el eje mayor en cualquier número par de

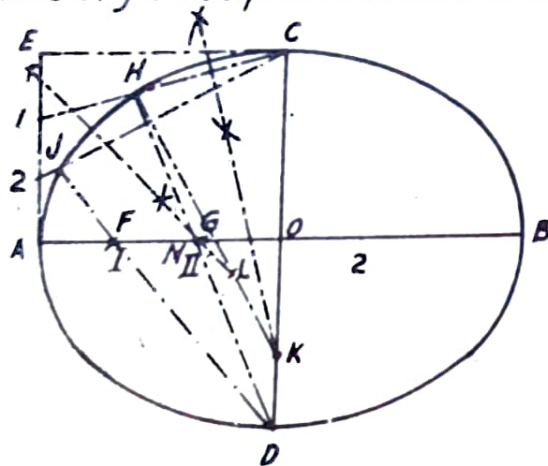
partes iguales (6 por ejemplo). En igual número se dividen los dos lados menores del rectángulo (EH y FG), uniendo todos estos puntos con



los extremos C y D del eje menor, como se indica en la

figura, con lo que se obtienen las rectas $C1, C2, C3, C1', C2', C3', D4, D5, D6, D4', D5'$ y $D6'$. - A continuación se une el punto D con el punto I de AB , prolongando la recta hasta cortar en J a $C1$; se une D con II de AB y se prolonga hasta obtener K sobre $C2$ y así hasta el punto VI que al ser unido con D , produce, con su prolongación, el punto P sobre $C3'$. En seguida se procede a unir C con I , con II , etc., para obtener $J', K' \dots P'$ sobre las rectas $D4, D5 \dots D6'$. Los puntos así obtenidos, unidos entre sí por una curva continua, dan la elipse buscada.

Problema 123. - Construir una elipse, dados sus dos ejes, mediante arcos de circunferencia. En primer término se trazan los dos ejes perpendiculares entre sí y en su punto medio. A continuación, por uno de



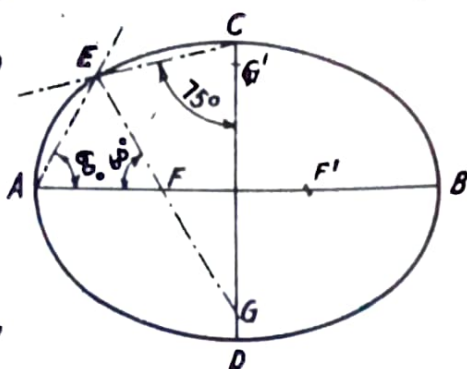
los extremos del eje mayor, por ejemplo en A , se le traza una perpendicular AE que se hace de igual longitud que el semieje menor CO y que se divide en tres partes iguales

En seguida se divide también en tres partes iguales el semieje mayor AO , determinando los puntos F y G . Se une el extremo C del eje menor, con los puntos 1 y 2 de la recta AE ; uniendo el otro extremo (D) con los puntos F y G de AO , se prolongan estas rectas hasta cortar en H , J a $C1$ y $C2$ respectivamente. Por el punto medio del segmento CH , se le traza una perpendicular que corta en K a CD o su prolongación y se une K

con H. A continuación, por el punto medio de HJ, se le traza una perpendicular que se prolonga hasta cortar en L a la recta KH, uniéndose J con L, que al cortar a AO, determina el punto M. Haciendo centro en K y con KC por radio, se traza el arco CH; con centro en L y LH como radio, se traza el arco HJ y por último, con centro en M y MJ como radio, se traza el arco MA, con lo que queda construida la cuarta parte de la elipse. Para trazar sus otras tres cuartas partes, bastará localizar los mismos centros, simétricamente con respecto a los dos ejes.

Problema 124.-Trazo de una elipse, conociendo = sus dos ejes, mediante cuatro arcos de circunferencia. Como en todos los casos, primero se trazan los ejes =

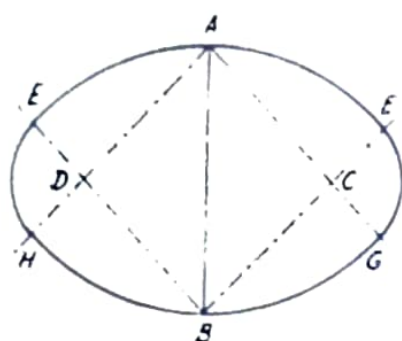
perpendiculares entre sí y cortándose en su punto medio. A continuación, = por uno de los extremos del eje menor (C por ejemplo), se traza una recta auxiliar, indefinida, que forme con el mismo



eje un ángulo de 75° (cosa fácil de lograr: sobre el = canto superior de la regla se apoya uno de los catetos de la escuadra de 45° y contra la hipotenusa = de ésta, se apoya el cateto mayor de la escuadra de 60° ; haciendo que el ángulo de 30° quede hacia arriba. En esas condiciones se desliza ésta última escuadra hasta hacer que su hipotenusa coincida con el punto C, trazándose sobre ella la recta pedida). A continuación, por el extremo A del eje mayor, se traza una recta que, formando con dicho eje un ángulo de 60° ,

corta a la recta anterior en el punto E. Enseguida se da vuelta a la escuadra, trazando otra línea que formando con el eje AB también un ángulo de 60° , lo corta en el punto F, mientras que su prolongación determina el punto G sobre el eje menor. Estos puntos F y G, serán los centros para trazar los arcos con radios FE y GE respectivamente. Los centros de los otros arcos serán F' y G', simétricos de F y G con respecto al punto O.

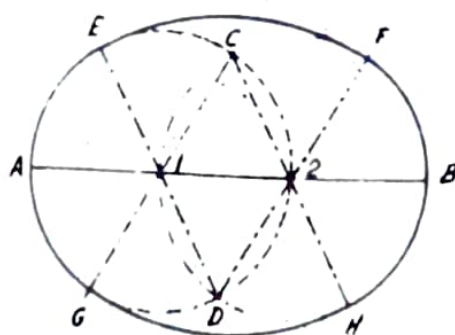
Problema 125.— Construir un óvalo dado su eje menor AB. — Por los extremos de dicho eje se trazan, con ayuda de la escuadra,



rectas que formen con él ángulos de 45° , en ambos lados, las que se cortarán entre sí en los puntos C y D. A continuación, se hace centro en los extremos

del eje y con éste como radio, se trazan los arcos EAF y GBH. Enseguida, con centro en los puntos C y D se trazan los arcos EG y FH, con radios CE y DF.

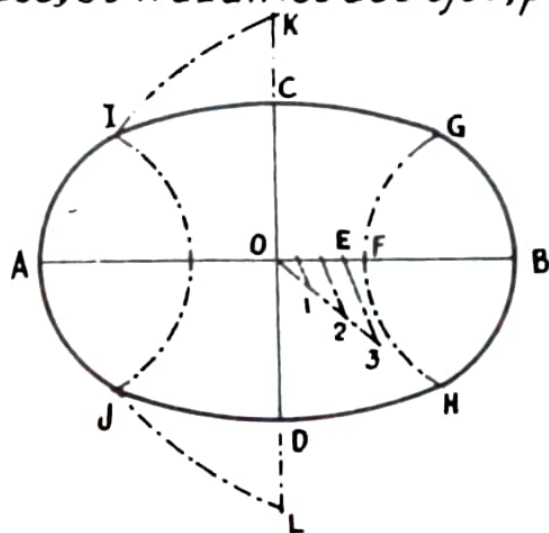
Problema 126.— Trazar un óvalo conociendo su eje mayor AB. — Se divide éste en tres partes iguales y considerando los puntos 1 y 2 como centros, se trazan circunferencias con un radio igual a la tercera parte de AB, y que se cortan entre sí en los puntos C y D. Estos puntos se unen con los centros de las circunferencias y se prolongan las rectas hasta obtener sobre éstas los pun



tos E, F, G y H. A continuación se hace centro en D y con DE como radio, se traza el arco EF; con el mismo radio y con centro en C, se trazará el arco GH. Para cerrar la curva bastará trazar con línea llena los arcos de circunferencia EAG y FBH.

Problema 127.- Construir un óvalo dados sus dos ejes.- Como primer paso, se trazan los dos ejes, perpendiculares entre

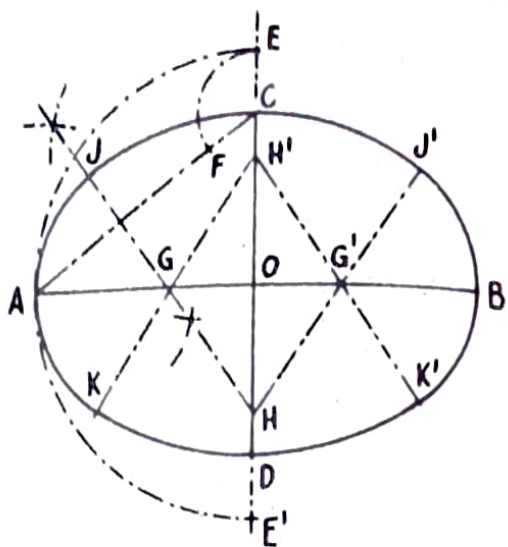
y cortándose en su punto medio. A continuación a partir de uno de los extremos del eje mayor, por ejemplo B, se lleva la mitad del eje menor, determinando el punto E. Se divide la dis-



tancia OE en tres partes iguales y partiendo de E y hacia B, se lleva una de éstas partes, determinando el punto F. Con centro en F y FB como radio se traza un arco indefinido que es cortado en los puntos G y H por medio de otro arco de igual radio y cuyo centro es B. Con el mismo radio se trazan los arcos en el extremo A, obteniendo los puntos I y J. En seguida, con H como centro y HI por radio, se traza un arco que corta en K al eje CD o a su prolongación. De igual modo se determina L, por medio de un arco que tiene al punto G por centro y la distancia GJ como radio. Haciendo centro en K y en L, con radio $KH = LG$, se trazan los arcos JG y HI que, con los ya trazados JAI y GBH, completan la figura pedida.

Problema 128. - Construir un óvalo conociendo sus dos ejes. - Segundo procedimiento. - En primer término se trazan los ejes, perpendiculares entre sí y cortándose en su punto medio O . Haciendo centro en este punto y con AO como radio (el semieje mayor), se traza una semicircun-

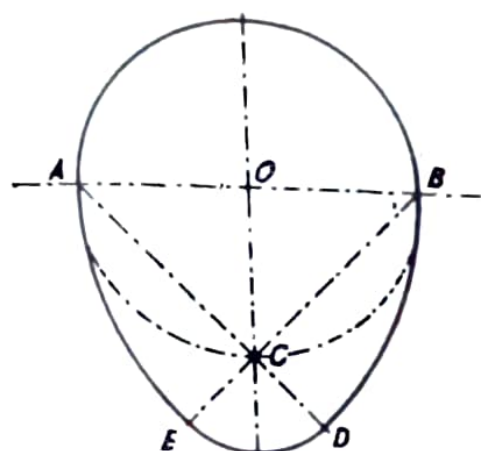
ferencia que corta en E y E' a la prolongación del eje CD . En seguida se une C con A y haciendo centro en C , con radio CE , se traza un arco de circunferencia que corta en F a CA . Por el punto medio del



segmento AF , se traza a éste una perpendicular indefinida que corta al eje AB en el punto G y a la prolongación del eje CD , en el punto H . Los puntos G' y H' se trazan de modo que $HO = OH'$ y $GO = OG'$. A continuación se unen los puntos G y G' con H y H' prolongando indefinidamente éstas líneas. Con centro en H y HC como radio, se traza un arco que queda limitado en los puntos J y J' por las líneas anteriores. H' como centro y $H'D$ como radio, sirven para trazar el arco que queda limitado en los puntos K y K' , por medio de la prolongación de las rectas que unieron H con G y G' . Para cerrar la figura basta trazar los arcos JAK y $J'BK'$ cuyos centros son G y G' y que tienen por radio las distancias GJ y $G'J'$ respectivamente.

Problema 129. - Construir una figura en forma de

huevo.- Aunque algunos autores llaman *OVOIDE* a esta figura, se considera que el término no es correcto, ya que en Geometría recibe este nombre un esferoide que tiene sus extremos diferentes.- La manera de construirla es la siguiente: Trácese =

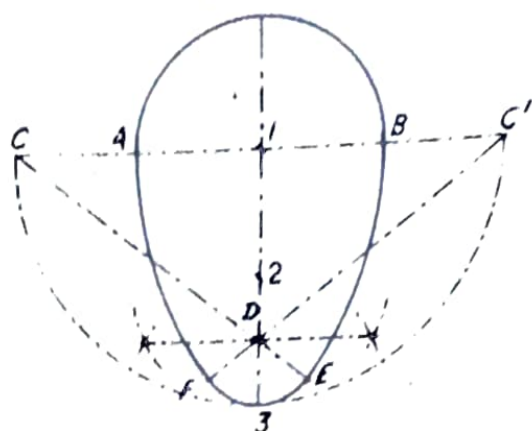


una línea horizontal y aproximadamente a la mitad de ella, márquese un punto O. Hágase centro en este punto y con un radio cualquiera dibújese una circunferencia, trazando la mitad superior con línea llena y la mitad inferior con

línea auxiliar. Se traza el radio OC perpendicular al diámetro AB y en seguida se unen los extremos de éste con el punto C, prolongando las líneas indefinidamente. Se hace centro en A y con AB como radio, se traza un arco que queda limitado en D por la recta AC. Se apoya el compás en B y con el mismo radio se traza el arco BE, limitado por la prolongación de la recta BC. Para cerrar la curva basta trazar el arco DE cuyo centro es C y que tiene por radio $CD = CE$.

Problema 130.- Construir una figura en forma de huevo, conociendo su eje de simetría.- Como primer paso, debe dividirse dicho eje, en tres partes iguales. Con un radio igual a un tercio del eje y con centro en el punto I, se traza una circunferencia auxiliar, dibujando además su diámetro AB, perpendicular al eje, y que se prolonga indefinidamente en ambos sentidos.

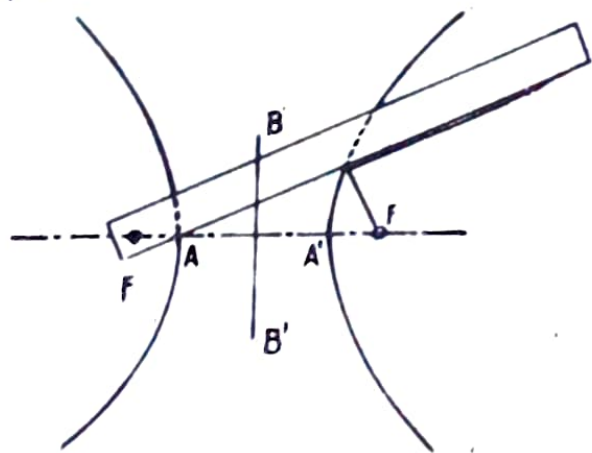
Con centro en 1 y 1-3 como radio, se traza una semicircunferencia que corta en los puntos C y C' a la prolongación de AB. Se divide



la recta 2-3 en dos partes iguales, determinando el punto D, que se une con C y C'. A continuación, con centro en C y CB como radio, se traza el arco BE y con centro en C' y el mismo ra-

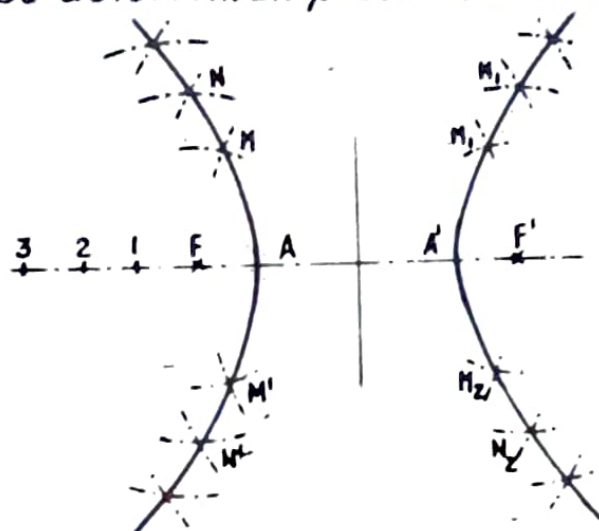
dio, se trazará el arco AF. Para cerrar la curva basta trazar el arco EF que tiene al punto D por centro, y cuyo radio será $DE = DF$.

Problema 131. - Construir una hipérbola con ayuda de un hilo y una regla. - Toma el nombre de hipérbola, la curva que limita a la sección que resulta en un cono, al ser cortado éste por un plano paralelo a su eje. Queda definida también como el lugar geométrico de los puntos de un plano en los cuales la diferencia en las distancias de dichos puntos a otros dos dados previamente y que se denominan focos, es constante. - El problema enunciado, se resuelve de la siguiente manera: Se dan previamente los ejes de la curva AA' y BB'. El primero de ellos representará los vértices de las hipérbolas y será igual a la diferencia de radios vec.



tores. A continuación se marcan los puntos F y F' (focos de la hipérbola), equidistantes de A y A' respectivamente. Ahora tómese una regla y en uno de sus extremos colóquese un alfiler o una chinchete, que sirva de pivote a la regla, y hágnase coincidir éste con uno de los focos (sea F); en el otro extremo de la regla, se fija un hilo que tenga una longitud igual a la diferencia entre la distancia que hay del pivote al punto de sujeción del hilo y la distancia AA' . El otro extremo del hilo deberá sujetarse al otro foco (F'). En estas condiciones, se apoya contra el hilo un lápiz, manteniéndolo perfectamente tenso en todo momento, llevándose dicho lápiz primero de A hacia arriba y luego hacia abajo. Para trazar la otra rama de la hipérbola, bastará invertir los centros.

Problema 132.— Construir una hipérbola por puntos. Se determinan previamente los puntos A y A' (vértices de las dos ramas de la curva);

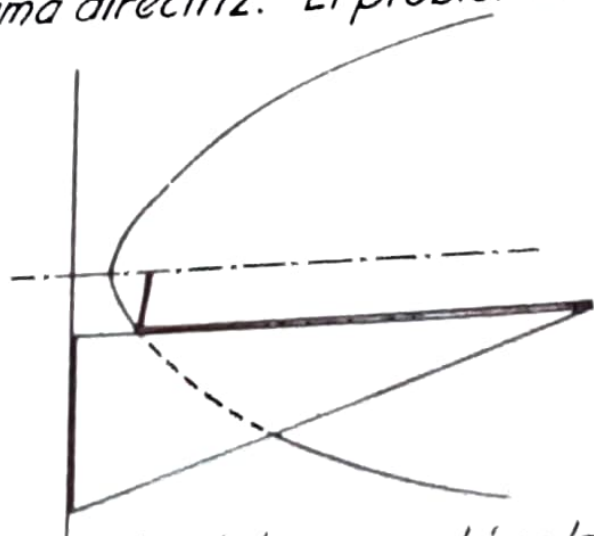


se unen entre sí y sobre esta recta se marcan los focos F y F' equidistantes de A y A' respectivamente. A partir de uno de los focos y hacia

afuera de la recta FF' , se da una serie de puntos arbitrarios: 1, 2, 3, 4, ... etc. Tómate en seguida un radio igual a la distancia $A-1$ y con centros en F y F' trácense arcos de circunferencia indefinidos, arriba y abajo de la recta FF' , mismos que serán cor-

tados en los puntos M, M', M_1 y M_2 mediante arcos de circunferencia que tienen a F y F' por centros y a $A'1$ como radio. Ahora se toma como radio $A'2$ y se trazan arcos arriba y abajo de la recta, haciendo centro en F y F' , para cortarlos en los puntos N, N', N_1 y N_2 mediante arcos con centros en F y F' y la distancia $A'2$ como radio. Enseguida se trabaja con $A'3$ y $A'3$ como radios y así sucesivamente tantas veces como puntos se dieron. Por todos los puntos así obtenidos se trazan las curvas ya sea a mano libre o bien con curvigráfico.

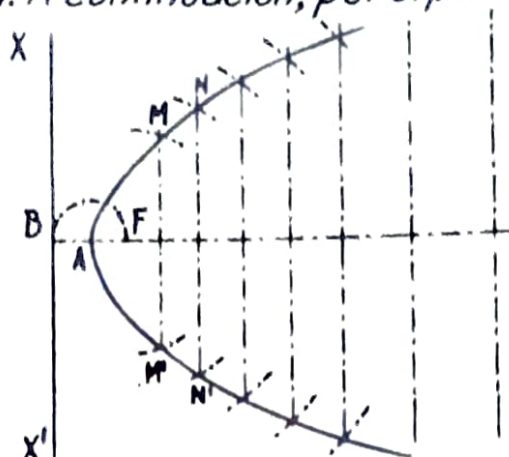
Problema 133. - Construir una parábola con ayuda de una escuadra y un hilo. - La parábola es el perímetro de la superficie que resulta en un cono, al ser cortado por un plano paralelo a una de sus generatrices. Se define también como el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta, fija también, que se llama directriz. - El problema enunciado se resuelve de la siguiente manera: Se coloca una escuadra de modo que uno de sus catetos coincida con la directriz (que se habrá trazado previamente). En la escuadra se fija (en el ángulo opuesto al cateto que está en la directriz) un hilo cuya longitud debe ser la del otro cateto. El extremo libre del hilo, deberá fijarse al foco (dado también como dato del problema). Si



en estas condiciones se mantiene tenso el hilo por medio de un lápiz que debe permanecer siempre en contacto con el cateto de la escuadra, y se desliza ésta sobre la directriz, el lápiz irá marcando la curva pedida.

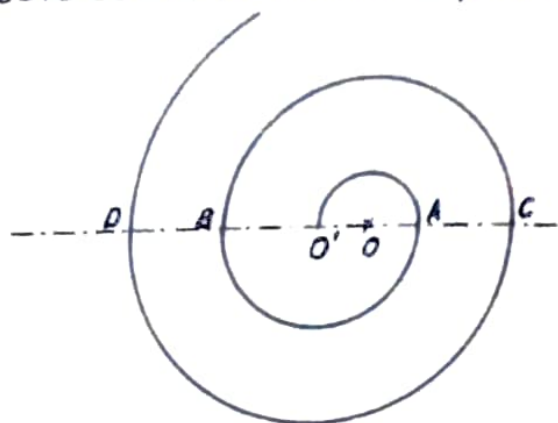
Problema 134. - Construir una parábola por puntos. En primer término deben trazarse la directriz XX' y el vértice A de la curva. A continuación, por el punto A se traza una perpen-

dicular indefinida a XX' y que será el eje de la curva. Sobre ella se marca el punto F , foco de la parábola, a una distancia de A , $i =$



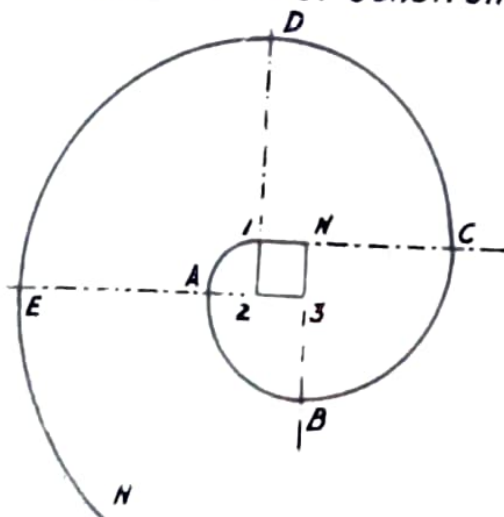
te entre A y XX' . En seguida, a partir de F y sobre el eje trazado, se marcan tantos puntos como se quiera, dados arbitrariamente (1, 2, 3, 4, ... etc.), y por ellos se trazan perpendiculares indefinidas a dicho eje. Tómese ahora un radio $B-1$ (siendo B el cruce de XX' con la perpendicular trazada por A), y con centro en F trácense arcos de circunferencia que cortan en los puntos M y M' a la perpendicular trazada por 1. Después tómese como radio $B-2$, hágase centro en F y córtese a la perpendicular trazada por 2 en los puntos N y N' . Ahora será un radio $B-3$ y el mismo centro F para obtener O y O' sobre la perpendicular que se trazó por 3 y así sucesivamente, tantas veces como puntos se hayan dado en el eje. La unión consecutiva de los puntos así obtenidos, originan la curva pedida.

Problema 135. - Construir una espiral de dos centros. - Toma el nombre de espiral, una curva que se traza indefinidamente alrededor de un punto llamado centro, y que cada vez se aleja más de él. A cada vuelta completa de esta curva se le llama espiro. El problema propuesto se resuelve de la siguiente manera: sobre una recta indefinida, se marcan los puntos O y O' que servirán de centros.



Se apoya el compás en O y con un radio OO' , se traza una semicircunferencia que corta a la recta dada en el punto A . Se hace centro en O' , se toma $O'A$ como radio y se traza la semicircunferencia AB . Ahora el centro es O y OB el radio para trazar la semicircunferencia BC y así sucesivamente.

Problema 136. - Construir una espiral de N centros.

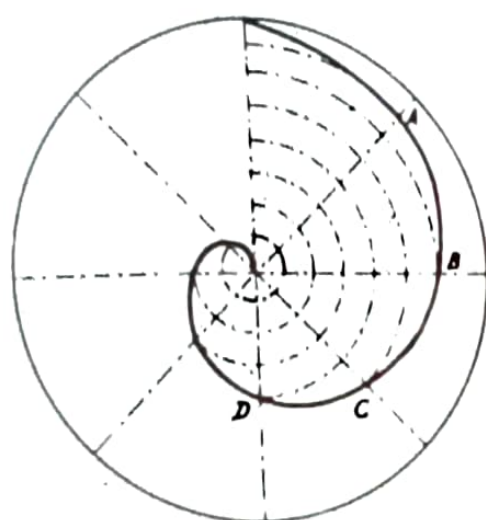


Lo primero que se hace es construir un polígono regular de tantos lados, como centros deba tener la espiral, enumerando sus vértices --- 1, 2, 3... N , y prolongando sus lados indefinidamente en

un sólo sentido. Ahora hágase centro en el punto 2 y

con 2-1 como radio, trácese un arco de circunferencia que corta en el punto A a la prolongación de 3-2. Con centro en 3 y 3A de radio, se traza un arco hasta la prolongación de 4-3, obteniendo el punto B. El punto 4 será el siguiente centro para el trazo del arco que corta en C a la prolongación del lado inmediato, con un radio 4B y así sucesivamente.

Problema 137.- Trazo de la espiral de Arquimides. Dibújese una circunferencia de un radio cualquiera y



dividase en cualquier número de partes iguales (por ejemplo en 8). A continuación uno de los radios se divide en el mismo número de partes iguales en que se dividió la circunferencia. En seguida, apoyando el compás en el cen-

tro de ésta y con un radio hasta el punto 1, se traza un arco que determina el punto A sobre el radio trazado por la división 1 de la circunferencia.- Con el mismo centro y un radio hasta 2, se traza el arco para obtener el punto B sobre el radio trazado por la división número 2 de la circunferencia, y así sucesivamente. La unión consecutiva de los puntos A, B, C...N ya sea a mano libre o con curvigráfico, da la curva deseada.